

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO SUCKOW DA
FONSECA**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
ENGENHARIA MECÂNICA**

Daniel Teixeira dos Santos Gualandi

Lucas Pacheco Ribeiro Vieira

**ANÁLISE NUMÉRICA DE DISPOSITIVOS DE GERAÇÃO DE
ENERGIA UTILIZANDO MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

RIO DE JANEIRO

2023

Daniel Teixeira dos Santos Gualandi
Lucas Pacheco Ribeiro Vieira

**ANÁLISE NUMÉRICA DE DISPOSITIVOS DE GERAÇÃO DE
ENERGIA UTILIZANDO MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica, do Departamento de Engenharia Mecânica do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca.

Orientador: Prof. Dr. Luciana Loureiro da Silva Monteiro

RIO DE JANEIRO

2023

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

G899 Lanes, Daniel Teixeira dos Santos
Análise numérica de dispositivos de geração de energia
utilizando materiais piezoelétricos / Daniel Teixeira dos Santos
Gualandi [e] Lucas Pacheco Ribeiro Vieira. — 2023.
57f. : il.(algumas color). ; enc.

Projeto Final (Graduação) Centro Federal de Educação
Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2023.

Bibliografia : f. 55-57

Orientadora: Luciana Loureiro da Silva Monteiro

1. Engenharia mecânica. 2. Materiais inteligentes. 3. Geração de
energia. 4. Sistema não – lineares. I. Vieira, Lucas Pacheco
Ribeiro. II. Monteiro, Luciana Loureiro da Silva. (Orient.). III. Título.

CDD 621

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter dado força mental e física nas adversidades encontradas no decorrer deste trabalho.

À minha família. Minha mãe e meu pai, Patrícia e Rogério, minha irmã, Débora.

Ao meu colega de projeto final, Lucas Pacheco, que soube conduzir o trabalho em sintonia comigo. A meus colegas de faculdade que me ajudaram muito nessa caminhada, Fabiana Cláudia, Vinícius Trivilini, Clodoaldo José, João Drummond, Matheus Freitas, Raphael Henrique, Larissa Pinheiro, Diego Borges, Guilherme Cássio.

À instituição CEFET/RJ, principalmente aos professores que auxiliaram nesse processo, como Míriam da Nóbrega, Matheus Campolina, Fernando Ribeiro, e deixo registrado o agradecimento mais que especial para nossa orientadora Luciana Loureiro pelo tempo que dispôs ao nosso projeto, sendo uma referência para nossa vida acadêmica.

Por fim, agradeço os companheiros do estágio, representados pelo coordenador Ranilson Aquino, por terem ajudado nos momentos que precisei.

Eterna gratidão pela colaboração de todos vocês!

Daniel Teixeira dos Santos Gualandi

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus, por me proporcionar chegar até esse momento com saúde física e mental e com capacidade de encarar os desafios da vida.

Agradeço também a meus pais, Paulo Roberto e Rosângela, por sempre estarem ao meu lado, independentemente de qualquer adversidade, por me proporcionarem todo o suporte necessário e servirem de exemplo e inspiração para mim. Também gostaria de agradecer a minha namorada, Tainara, pelo companheirismo e motivação ao longo desse trabalho, sempre me apoiando nos momentos bons, mas principalmente nos difíceis.

Aos meus colegas de CEFET/RJ, principalmente, Italo Vaz, Leonardo Rebouças, Leonardo Ribeiro e Vitor Peixoto, gostaria de agradecer por toda união, estudo e amizade ao longo dessa trajetória de muitos desafios. Em especial, gostaria de agradecer também, ao meu colega de trabalho, Daniel Gualandi, por toda dedicação e sintonia ao longo desse projeto que nos trouxe tanto orgulho.

Por fim, gostaria de agradecer a nossa orientadora Luciana Loureiro, que nos aceitou como praticamente filhos, ao longo desse projeto, sempre nos dando todo suporte e auxílio necessários, com muita paciência e alegria para nos orientar. Sua ajuda e conhecimento foram de extrema importância para a conclusão desse trabalho. Agradeço, também, a todos os professores do CEFET/RJ que com seus ensinamentos, deixaram sua marca na minha formação.

Eternamente agradecido por contar com todos.

Lucas Pacheco Ribeiro Vieira

RESUMO

GUALANDI, Daniel Teixeira dos Santos. Vieira, Lucas Pacheco Ribeiro. **Análise numérica de dispositivos de geração de energia utilizando materiais piezoelétricos.** 2023. 57. Trabalho de Conclusão de Curso – Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca. Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2023.

O constante aumento de consumo de energia elétrica atualmente, traz à tona a necessidade de desenvolver e aprimorar as novas tecnologias para obtenção de novas fontes energéticas. Apesar da maioria das pesquisas se concentrarem em torno de fontes naturais como a energia solar, eólica, dentre outras, o uso de materiais inteligentes para este fim desponta como uma forma de colheita de energia que tende a ser cada vez mais factível principalmente para fins de alimentação de dispositivos de baixa potência. A energia vibracional presente em diferentes situações do nosso cotidiano pode ser aproveitada através de materiais piezoelétricos, podendo ser usado para alimentar alguns circuitos eletrônicos, sensores e outras estruturas de baixa potência que podem se tornar autossustentáveis. O estudo de dispositivos não lineares de geração de energia vem de encontro com a necessidade de otimizar estes sistemas para se tornarem dispositivos banda larga. Este trabalho foca no estudo numérico utilizando um modelo com parâmetros concentrados para simular duas vigas piezoelétricas sujeitas a vibração de base que poderão sofrer impactos não suaves dependendo das condições de excitação, distância entre elas e parâmetros pertinentes as vigas. Estes impactos podem introduzir mudanças drásticas no sistema, e com isto a geração de energia otimizada.

Palavras-chave: colheita de energia, materiais piezoelétricos, dispositivos não lineares, dispositivo banda larga.

ABSTRACT

GUALANDI, Daniel Teixeira dos Santos. Vieira, Lucas Pacheco Ribeiro. **Numerical analysis of power generation devices using piezoelectric materials.** 2023. 57. Trabalho de Conclusão de Curso – Federal Center of Technological Education – Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2023.

Nowadays, the steady increase of the consumption electrical energy put forward the demanding of develop and improve the new technologies to explorer new resources energies. Although de most research focus on the natural resources such as Solar Energy, Eolic, and others, the use of smart materials to this purpose emerges as a form of energy harvesting that is increasingly feasible, especially for charge the low-power devices. The vibration energy present in different situations on our daily life can be use through piezoelectric materials. It has the possibility to charge some electrical circuits, sensors, and others low-power structures that can become self-sustaining. The resources about non-linear energy generation system concur the need to optimize these systems to become broadband devices. This work focuses on the numeric study of two piezoelectric beams subjected to base vibration, who could suffer not soft impacts depending on the conditions of excitement, distance between then and parameters relevant to the beams. These impacts could introduce drastic changes to the system and, in front of that, produce optimized energy.

Keywords: energy harvesting, piezoelectric materials, non-linear energy generation, broadband devices.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 - Esquema simplificado de colheita de energia piezoelétrica. Fonte: Adaptado de Erturk e Inman (2011)	12
Figura 2.1 - Esquemático de (a) colheita de energia piezoelétrica por uma viga cantilever bimorfa em (b) série ou em (c) paralelo. Fonte: Adaptado de Tan e Yan (2017)....	16
Figura 2.2 - Estrutura <i>Dual-Cantilever</i> com ímãs fixados nas pontas. Fonte: Adaptado de (SU et al., 2014).....	19
Figura 3.1 - Estrutura do material piezoelétrico; (a) estado natural, (b) sob compressão em X, (c) sob tração em X. Fonte: Adaptado de Siqueira et al., 2018	18
Figura 3.2 - Processo de fabricação de material piezoelétrico antes, durante e após polarização. Fonte: SAVI, 2013	19
Figura 3.3 - Comportamento Deformação (S) x Tensão (T). Fonte: Adaptado de Leo (2007, p.123)	20
Figura 3.4 - Comportamento Tensão (T) x Deformação (D) para materiais piezoelétricos. Fonte: Adaptado de Leo (2007, p.124).....	20
Figura 3.5 - Relação entre campo elétrico (E) e deslocamento elétrico (D) para materiais piezoelétricos. Fonte: Adaptado de Leo (2007, p.125).....	21
Figura 3.6 - Relação entre campo elétrico (E) e deformação mecânica (S) para materiais piezoelétricos. Fonte: Adaptado de Leo (2007, p.125).....	22
Figura 3.7 - Sistema de coordenadas de um cubo piezoelétrico	23
Figura 3.8 - Representação de uma viga fina piezoelétrico (Modo de Operação 31). Fonte: Adaptado de Priya e Inman, 2009	25
Figura 4.1 - Sistema de geração de energia composto de duas vigas piezoelétricas excitadas por um carregamento mecânico $u(t)$ e separadas por uma distância perpendicular g	29
Figura 4.2 - Modelo esquemático do sistema com parâmetros concentrados para descrever o problema físico mostrado na Figura 4.1.....	30
Figura 5.1 - Deslocamento máximo (z) x Frequência de forçamento (ω), para (a) viga 1 ($z1 \times \omega$) e (b) viga 2 ($z2 \times \omega$): Sistema utilizando como parâmetro gap (g) = 20 μ m aplicado para diferentes valores de β sendo $\beta = 1$ modelo linear, sem impacto.....	35

Figura 5.2 - Deslocamento máximo (z) x Frequência de forçamento (ω), para (a) viga 1 ($z1 \times \omega$) e (b) viga 2 ($z2 \times \omega$): Sistema utilizando como parâmetro $\beta = 2$, aplicado para diferentes valores de gap, sendo $g = 800 \mu\text{m}$ modelo linear, sem impacto.	37
Figura 5.3 - Deslocamento máximo (z) x Frequência de forçamento (ω), para (a) viga 1 ($z1 \times \omega$) e (b) viga 2 ($z2 \times \omega$): Sistema utilizando como parâmetro $\beta = 10$, aplicado para diferentes valores de gap, sendo $g = 800 \mu\text{m}$ modelo linear, sem impacto.	39
Figura 5.4 – Espaços de fase para (a) viga 1 e (b) viga 2: Sistema utilizando $g = 20 \mu\text{m}$ e $\beta = 20$ submetidos a diferentes frequências (ω), sendo $\omega = 124 \text{ rad/s}$ modelo linear, sem impacto.	41
Figura 5.5 – Espaços de fase para (a) viga 1 e (b) viga 2: Sistema utilizando $\omega = 724 \text{ rad/s}$ e $\beta = 20$ submetidos a diferentes gaps, sendo $g = 800 \mu\text{m}$ modelo linear, sem impacto.	42
Figura 5.6 – Espaços de fase para (a) viga 1 e (b) viga 2: Sistema utilizando $\omega = 724 \text{ rad/s}$ e $g = 20 \mu\text{m}$ submetidos a diferentes β , sendo $\beta = 1$ modelo linear, sem impacto.	44
Figura 5.7 - Potência média de saída (P_{out}) x Frequência de forçamento (ω), para (a) viga 1 ($P_{out} 1 \times \omega$) e (b) viga 2 ($P_{out} 2 \times \omega$): Sistema utilizando como parâmetro gap (g) = $20 \mu\text{m}$ aplicado para diferentes valores de β sendo $\beta = 1$ modelo linear, sem impacto.	45
Figura 5.8 – Eficiência (η) x Frequência de forçamento (ω), para (a) viga 1 ($\eta 1 \times \omega$) e (b) viga 2 ($\eta 2 \times \omega$): Sistema utilizando como parâmetro gap (g) = $20 \mu\text{m}$ aplicado para diferentes valores de β sendo $\beta = 1$ modelo linear, sem impacto.	47
Figura 5.9 – Média das potências de saída em função dos gaps, aplicado para diferentes valores de β , sendo (a) viga 1 ($P_{out} 1 \times g$) e (b) viga 2 ($P_{out} 2 \times g$).	49
Figura 5.10 – Eficiência em função dos gaps, aplicado para diferentes valores de β , sendo (a) viga 1 ($\eta 1 \times g$) e (b) viga 2 ($\eta 2 \times g$).	50
Figura 5.11 - Eficiência em função dos β , aplicado para diferentes valores de gaps (g), sendo (a) viga 1 ($\eta 1 \times \beta$) e (b) viga 2 ($\eta 2 \times \beta$).	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 - Parâmetros e seus valores de entrada utilizados nas simulações para as vigas 1 e 2	
Fonte: Adaptado de KIM et al., 2010.	33

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 JUSTIFICATIVA	13
1.2 OBJETIVO	14
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	14
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1 SISTEMAS LINEARES.....	15
2.2 SISTEMAS NÃO-LINEARES.....	17
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	20
3.1 EFEITO DIRETO	21
3.2 EFEITO INVERSO	23
3.3 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS.....	24
3.3.1 Equações Reduzidas para vigas finas	27
4 MODELAGEM MATEMÁTICA	29
5 RESULTADOS NUMÉRICOS	33
6 CONCLUSÕES.....	53
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	55

Capítulo 1

1 INTRODUÇÃO

Ao longo dos tempos o consumo dos recursos naturais para geração de energia vem crescendo cada vez mais. O crescente aumento de novas tecnologias e a demanda por dispositivos elétrico e eletrônicos sem fio, contribuem para este consumo excessivo de energia. Com isso, em uma vertente paralela a esta existe um crescente aumento da utilização de energias limpas e renováveis.

O conceito de colheita de energia, do inglês *Energy Harvesting* se apresenta como uma das possibilidades para captura e armazenamento de energia para dispositivos pequenos e de baixa demanda. Esse tipo de tecnologia tem como principal objetivo fornecer fontes remotas de energia elétrica para sensores e capacitores, por exemplo. Outra possibilidade que vem ganhando força é a utilização de dispositivos autônomos capazes de substituir as baterias convencionais.

Os sistemas que utilizam o conceito de *Energy Harvesting* retiram a energia do próprio ambiente. Uma das áreas mais estudadas é o uso do efeito piezoelétrico para converter a vibração ambiente em energia elétrica útil. (ERTURK e INMAN, 2011). O esquema abaixo representa de forma resumida o conceito de colheita de energia através de um sistema piezoelétrico.

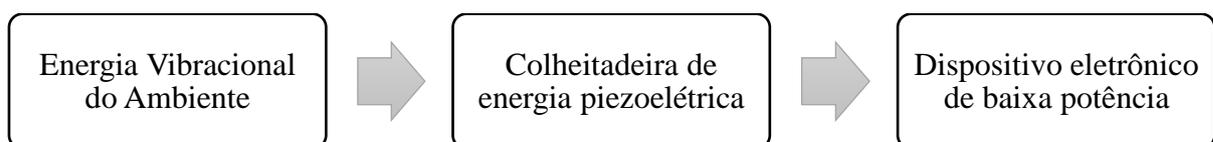


Figura 1.1 - Esquema simplificado de colheita de energia piezoelétrica. Fonte: Adaptado de Erturk e Inman (2011)

Os materiais piezoelétricos são geralmente escolhidos para este tipo de fim por possuírem uma propriedade bastante útil e específica. Eles possuem a capacidade de gerar um potencial elétrico quando submetidos a uma deformação mecânica ou também na situação inversa, quando submetidos a um campo elétrico podem apresentar uma deformação.

1.1 JUSTIFICATIVA

Uma das grandes preocupações da geração atual está ligada ao clima e a geração de energia limpa. O lixo eletrônico também é uma grande preocupação discutida a nível global e muitas alternativas são discutidas a fim minimizar os impactos humanos ao meio ambiente.

Em contrapartida percebe-se um grande aumento da população mundial e com isso uma maior utilização de energia elétrica também é demandada. As fontes de energia fósseis ainda são muito usadas para suprir as necessidades humanas e fabricar novas tecnologias, porém algumas fontes de energia renováveis vêm ganhando incentivos e se mostrando cada vez mais capazes de se substituir as energias tradicionais. Pode-se citar a energia eólica e a solar como as mais promissoras para serem usadas em um futuro recente.

Seguindo essa linha de raciocínio, a colheita de energia se mostra eficiente e promissora para com dispositivos de baixa potência. Em uma sociedade globalizada onde o fluxo de dados e informações circula cada vez mais rápido e de forma mais automatizada a utilização de dispositivos móveis e sem fio é quase que essencial, tanto em empresas quando no cotidiano das pessoas.

Muitas pesquisas nesse ramo estão sendo realizadas como forma de encontrar diferentes maneiras de utilizar esta forma de captação de energia. WILLIAMS e YATES (1996) foram pioneiros nos estudos de colheitas de energia em ambientes com vibração e tinham como principal matéria-prima os materiais piezoelétricos.

Nas últimas décadas esforços para tornar estes dispositivos mais eficientes têm chamado a atenção de diversos pesquisadores. A inclusão de diferentes tipos de não linearidades mecânicas mostra a capacidade do dispositivo de gerar mais energia em uma banda larga de frequências e não somente na frequência de ressonância, característica essa típica de dispositivos vibracionais trabalhando no regime linear (YU, 2020). Dentre as técnicas não lineares, uma que vem ganhando atenção no meio acadêmico é o uso de não linearidades do tipo não suaves com uso de batentes fixos ou móveis nas proximidades da viga piezoelétrica. Dependendo das condições de excitação, contatos intermitentes podem ocorrer e a dinâmica do sistema pode mudar drasticamente, podendo levar o sistema a melhores desempenhos de geração de energia em diferentes faixas de frequências, que não somente na ressonância.

1.2 OBJETIVO

Ao longo desse trabalho será realizada uma análise matemática e numérica que explora um sistema composto de duas vigas piezolétricas sujeitas a uma excitação harmônica sofrendo impactos não suaves entre elas, evidenciando a melhora de eficiência deste dispositivo não linear em comparação ao sistema linear de duas vigas piezolétricas sujeitas a uma excitação harmônica sem impactos. Para este fim, desenvolveu-se um modelo matemático com parâmetros concentrados para descrever um sistema de geração de energia composto de duas vigas piezoelétricas excitadas por um carregamento harmônico e separadas por uma determinada distância. Dependendo das condições de carregamento, distância entre as vigas e parâmetros da viga é possível alcançar duas diferentes situações. As vigas representadas matematicamente por um sistema massa, mola, amortecedor e acoplamento eletromecânico (característica típica de piezoelétricos) poderão vibrar de modo desacoplado sem interagir uma com a outra. Na segunda possibilidade, as massas poderão colidir entre si, resultando em impactos não suaves intermitentes. Estes impactos podem introduzir mudanças drásticas no sistema, e com isto a geração de energia otimizada.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esse trabalho é composto por sete capítulos, no qual, o primeiro esclarece em linhas gerais o conceito de *Energy Harvesting*, além de expor as justificativas pela escolha desse tema e os objetivos esperados por essa pesquisa. No Capítulo 2 é apresentado um breve histórico literário contendo importantes trabalhos já desenvolvidos na área de colheita de energia através da piezeletricidade, além de descrever a evolução da utilização desses dispositivos. O Capítulo 3, de fundamentação teórica, tem como objetivo aprofundar-se mais sobre os materiais piezoelétricos e mostrar o princípio de funcionamento desses dispositivos através de equações constitutivas. A modelagem matemática do sistema e as equações que servirão de base para as simulações numéricas é demonstrada no Capítulo 4. No Capítulo 5 é abordado a não linearidade do sistema através de uma análise numérica interpretada por códigos matemáticos. O Capítulo 6 traz as conclusões do estudo sobre a busca da melhor configuração do sistema proposto tendo como base os resultados apresentados. Por fim, o Capítulo 7 finaliza o trabalho com todas as referências bibliográficas utilizadas ao longo do projeto.

Capítulo 2

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo tem como objetivo apresentar os avanços tecnológicos no que tange a colheita de energia baseada em sistemas vibracionais usando energia piezoelétrica. A literatura mencionada ao longo desse texto traz um histórico da utilização de materiais piezoelétricos para produção de energia limpa e autossustentável, assim como a evolução dos sistemas piezoelétricos, tanto lineares quanto não-lineares.

O conceito de colheita de energia através de sistemas vibracionais vem crescendo na última década como uma alternativa as baterias convencionais na alimentação de pequenos dispositivos eletrônicos como, atuadores e sensores remotos. Grandes avanços nesse ramo foram feitos, desde as primeiras pesquisas elencadas por WILLIAMS E YATES (1996), que desenvolveram um microgerador capaz de gerar eletricidade através de energia mecânica quando submetido a um meio vibratório até estudos como, HOU et al., (2020) onde são usados coletores de energia piezoelétrica através da vibração induzida por vórtices (VIV) que geram eletricidade a partir do vento e do fluxo de água.

Para converter uma vibração ambiente em eletricidade é preciso que o coletor de energia tenha um sistema de transdução adequado. Para isso, existem três mecanismos básicos de transdução de energia elétrica, são os transdutores eletrostáticos, eletromagnéticos e piezoelétricos, sendo o transdutor piezoelétrico o mais utilizado (SU et al., 2014). Dentre as principais vantagens o transdutor piezoelétrico possui maior densidade de potência comparando-se aos de íons de lítio, além de fácil aplicação. (ERTURK e INMAN, 2011 apud COOK-CHENNAULT, 2008).

2.1 SISTEMAS LINEARES

Uma das maneiras mais convencionais de usar um coletor de energia piezoelétrica é através de uma viga fixa em uma extremidade sujeita a vibrações, comumente chamada de viga cantilever. O princípio para o funcionamento desse sistema consiste em uma estrutura em balanço com placas piezoelétricas anexadas em uma configuração com uma ou duas camadas piezo cerâmicas (unimorfa ou bimorfa). Uma massa de ponta também pode ser instalada à viga

a fim de ajustar a frequência para faixas desejadas próximas a fonte de vibração ambiente. Apesar de um coletor de energia piezoelétrica convencional ser compacto e de fácil fabricação, ele sofre uma deficiência de largura de banda estreita, ou seja, a coleta de energia cai significativamente quando a excitação está fora da frequência de ressonância. (SU, et al., 2014; SU, 2020).

No aspecto da engenharia elétrica, a saída de tensão alternada deve ser convertida em uma tensão retificada estável através de uma ponte retificadora e um capacitor de suavização, que consiste em um conversor AC-CC, para carregar uma pequena bateria ou um capacitor usando a energia colhida. Em muitos casos, um segundo conversor CC-CC também é utilizado para regular a saída de tensão do retificador, maximizando a transferência de energia para o dispositivo de armazenamento (ERTURK e INMAN, 2011).

TAN e YAN (2017) propuseram um modelo utilizando uma viga cantilever bimorfa com feixes piezoelétricos colados nas superfícies superior e inferior da estrutura central de substrato (Figura 2.1(a)). As duas camadas piezoelétricas são conectadas em paralelo com polaridade oposta à indução (L) em série (Figura 2.1(b)) ou em paralelo (Figura 2.1(c)) com resistência de carga (R) para formar um circuito fechado.

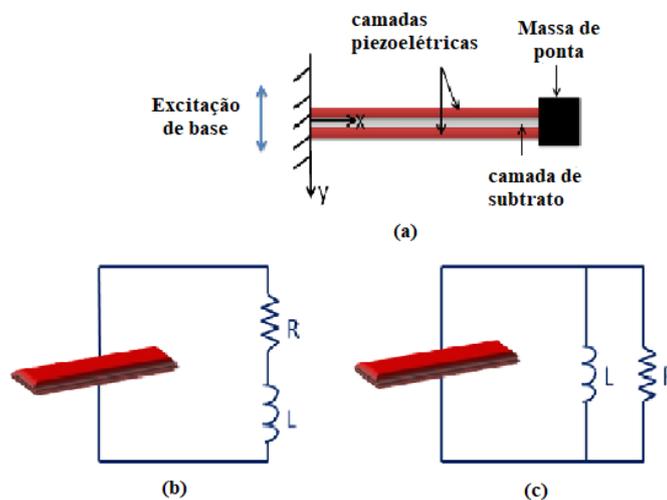


Figura 2.1 - Esquemático de (a) colheita de energia piezoelétrica por uma viga cantilever bimorfa em (b) série ou em (c) paralelo. Fonte: Adaptado de Tan e Yan (2017).

Com o desenvolvimento cada vez mais constante das tecnologias sem fio e de sistemas micro eletromecânicos (MEMs) os coletores de energia piezoelétricos acabam ganhando mais atenção, além de uma ampla gama de aplicações para sensores e atuadores em microescala, como em implantes médicos e sensores embutidos em prédios e pontes (WILLIAMS e YATES,

1996). Diversos estudos práticos e pesquisas credenciam o potencial desta fonte de energia como uma das mais importantes e inovadoras no nicho de geração de energia de baixa potência.

SODANO et al., (2004) fizeram um estudo que discute as pesquisas que tem sido feitas na área de colheita de energia, os avanços criados até o momento, além da perspectiva e desafios futuros para que esses sistemas possam estar cada vez mais no nosso uso diário. É analisado o efeito dos coletores de energia em meios vibratórios, a eficiência desses geradores e uma comparação entre os piezoelétricos com outros geradores de eletricidades.

DU TOIT (2005) apresenta a modelagem e o projeto de coletores de energia para MEMs em escala micro. Segundo SHEN et al., (2009) e HARB (2011) as vibrações dos MEMS também podem ser usadas para gerar energia. INMAN e PRIYA (2009) investigaram os efeitos de vibrações aleatórias de banda larga em um sistema de colheita de energia.

2.2 SISTEMAS NÃO-LINEARES

De forma geral, a vibração ambiente fornece a excitação do sistema para colheita de energia. Os sistemas lineares só conseguem atingir uma potência máxima quando a frequência de excitação está próxima da frequência natural do sistema. Porém, é preciso considerar que as vibrações do ambiente geralmente variam em frequência, provocando uma grande perda de rendimento, esta análise linear define um sistema de colheitadeira de banda estreita. (AI et al., 2019). Estudos como o de ZHANG et al., (2018) investiga questões fundamentais ligadas à largura de banda e como isto pode influenciar no rendimento dos sistemas.

Sistemas com efeitos não lineares estão sendo introduzidos como forma de aumentar a potência de colheita de energia. Esse mecanismo permite estender o acoplamento entre a excitação ambiente e o coletor para uma faixa mais ampla de frequências. (SILVA et al., 2015).

Com a intenção de superar esse problema da configuração convencional de uma viga cantilever ressonante, ERTURK e INMAN (2011) introduziram um coletor de energia piezomagnetoelástico não ressonante, a resposta caótica da configuração piezomagnetoelástica é comparada com a resposta periódica da configuração piezoelástica.

KIM et al., (2011) desenvolveram um sistema de coleta de energia com dois graus de liberdade usando o grau de liberdade translacional e o rotacional da massa de prova, com o ajuste dos parâmetros do sistema, conseguiu aproximar os dois picos em resposta de energia

possibilitando uma largura maior de banda operacional. A estratégia de combinar diferentes faixas de frequência também pode ser vista em SHAHRUZ (2006) que projetou e modelou uma colheitadeira de energia piezoelétrica, integrando vários sistemas feixe-massa. Cada feixe possui filmes piezoelétricos fixados em uma configuração bimorfa, com isso se obtém distintas relações massa-rigidez para cobrir diferentes faixas de frequência. Ao combinar vários feixes, a colheitadeira de energia piezoelétrica pode cobrir uma ampla faixa de frequência operacional. Porém, apesar dessas estruturas poderem servir como alternativa para o aumento da banda, o tamanho e complexidade dos modelos é uma desvantagem, com isso, a fim de desenvolver uma estrutura menos complexa, ERTURK *et al.* (2009) apresenta uma estrutura massa-viga possuindo três vigas de camadas piezoelétricas anexadas, a estrutura se apresenta em formato de “L”, obtendo as duas frequências de ressonância próximas o suficiente para conseguir aumentar a largura de banda. Esse resultado de frequências ressonantes próximas também pode ser verificado em SU e ZU (2012) que projetaram uma estrutura, agora em forma de “V”, em que as duas vigas formam um ângulo entre si. Ajustando esse ângulo foi possível aproximar as duas frequências de ressonância.

Exemplos como os apresentados acima, mostram uma abordagem usual de explorar vigas biestáveis com potencial duplo. Este é fundamentalmente um oscilador do tipo *Duffing* que pode ser construído experimentalmente usando forças magnéticas para modificar a rigidez efetiva da colheitadeira (AI *et al.*, 2019). Nas proximidades dessa mesma linha, ERTURK *et al.* (2009), ERTURK e INMAN (2011) e FERRARI *et al.* (2010) FERRARI *et al.* (2010) discutiram sobre a modelagem através do sistema *Duffing*, exibindo um comportamento consideravelmente não-linear, cuja dinâmica desse sistema já tinha sido discutida por HOLMES (1979). Portanto, esse tipo de aplicação já foi alvo de diversas configurações, seja com a colocação de um ímã na ponta da viga interagindo com outro ao redor, seja com a presença de dois ímãs ao redor interagindo com o da ponta da viga, entre outras aplicações testadas.

Nesta seara, SU, *et al.* (2014) propôs um coletor de energia piezoelétrico de duplo ímã induzido por banda larga, com uma estrutura *dual-cantilever*, possuindo uma viga exterior e outra interior, apresentando ímãs fixados nas pontas, como mostrado na Figura 2.2 abaixo. Pode-se obter um modelo biestável através da força repulsiva não-linear gerada pelos ímãs. Através das simulações foi possível detectar um movimento caótico e uma ampla faixa de frequência, com o resultado experimental do protótipo mostrando uma concordância com a simulação sobre a largura da banda e a amplitude de potência, sendo feito a análise perante a diversos ajustes na distância (g) entre os ímãs para observar a influência sobre a resposta da

potência. Por fim, nesse mesmo estudo, foi feita a comparação com uma tradicional colhedora piezoelétrica, constatando que o modelo discutido apresentou importante melhora na largura de banda.

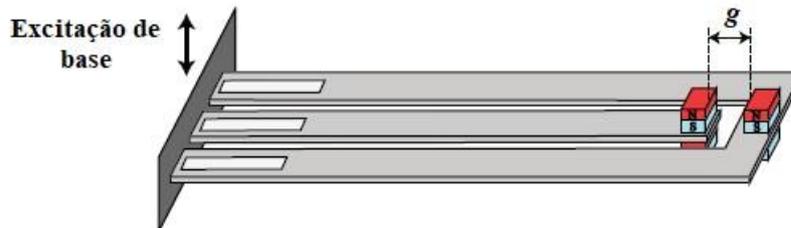


Figura 2.2 - Estrutura *Dual-Cantilever* com ímãs fixados nas pontas. Fonte: Adaptado de (SU et al., 2014)

Outra forma de induzir a não linearidade é a colocação de batentes mecânicos que, dependendo da distância para a viga e da amplitude vibracional, gera impactos. Com isso, é esperado uma descontinuidade na modelagem e nos diagramas, pois ocorre uma mudança abrupta de comportamento vibracional devido ao choque, essa característica é conhecida como um sistema não suave. Um modelo com batente é mostrado em SOLIMAN et al., (2008), onde fica demonstrado que a relação da rigidez do suporte com o elemento piezoelétrico e a velocidade da viga no ponto de impacto influenciam consideravelmente no desempenho do sistema. SU (2020) também propôs um estudo semelhante onde uma colheitadeira de dois graus de liberdade é acionada por impacto a fim de eliminar a energia de vibração, coletando uma ampla faixa de frequência, incluindo assim, as duas frequências de ressonância.

Outro trabalho que analisa os efeitos de um sistema que apresenta impacto é AI, 2018, no qual simulou o comportamento de uma viga que, dependendo das variáveis testadas, se choca contra um batente mecânico. Nesse estudo foi mostrado que a inclusão dessas não suavidades modificaram a dinâmica do sistema aumentando a banda de frequência e o desempenho da potência de saída, também foi constatado que acentuadas restrições no deslocamento da viga limitaram a capacidade de captação de energia.

Como exposto, fica perceptível que o sistema de colheita de energia de sistemas não-lineares, em especial com impacto em batentes, é um caminho interessante e se apresenta como mais uma variação na forma de obter energia com a incessante busca de obter uma banda mais larga para ser utilizada. O foco deste texto está alinhado com as últimas bibliográficas apresentadas e tem a intenção de explorar mais sobre o tema. Nos próximos capítulos será desenvolvido mais a fundo a análise desse sistema não suave, demonstrando seu modelo arquétipo, equacionamento e o estudo do seu comportamento.

Capítulo 3

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A grande vantagem do material piezoelétrico é sua propriedade de apresentar acoplamento eletromecânico. Quando submetido a um carregamento mecânico aplicado, chamado de efeito direto, o material apresenta uma mudança na polarização elétrica. Já o efeito inverso consiste na deformação mecânica sob a aplicação de um campo elétrico. (LEO, 2007). Por esta característica, os materiais piezoelétricos possuem grande potencial de utilização nas indústrias de ciência e tecnologia, sendo comumente utilizado como sensores e atuadores, por exemplo.

Na natureza existem diferentes materiais que apresentam efeitos piezoelétricos, como os cristais de quartzo e sal de Rochelle, porém os materiais piezoelétricos sintetizados em laboratório como as cerâmicas piezoelétricas, conhecidos como PZT (Lead Zirconate Titanate), foram determinantes para uso em diferentes aplicações, já que possuem efeito piezoelétrico mais elevado em comparação aos naturais.

A estrutura atômica do quartzo, por exemplo, é constituída por dois átomos de oxigênio (cargas negativas) e um de silício (carga positiva) conforme esquematizado na Figura 3.1. No estado natural, ou seja, na ausência de tensões e campos elétricos, os átomos se alinham de forma a permanecer com carga total nula nos planos XY. Após aplicar uma força de tração ou compressão na direção X ou Y do cristal, o alinhamento dos átomos sofre uma variação, ocasionando um desbalanceamento de cargas que gera cargas elétricas externas. No efeito inverso, a aplicação de campos elétricos externos nas mesmas direções faz com que o material sofra uma deformação proporcional a este campo (LEO, 2007).

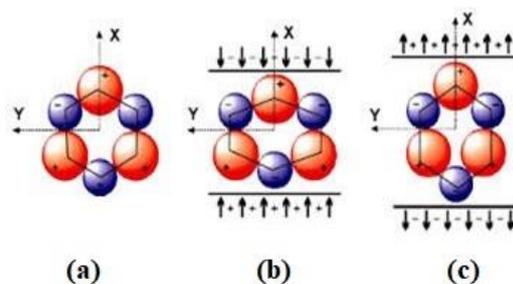


Figura 3.1 - Estrutura do material piezoelétrico; (a) estado natural, (b) sob compressão em X, (c) sob tração em X. Fonte: Adaptado de Siqueira et al., 2018.

O processo de fabricação de materiais piezoelétricos começa com seu aquecimento até temperaturas que ultrapassem seu ponto de Curie, essa etapa tem o objetivo de tornar a estrutura centro simétrica, porém neste estágio a peça ainda não possui características piezoelétricas relevantes. Posteriormente o material é submetido a um forte campo elétrico, tornando os dipolos elétricos presentes alinhados na direção do campo. Após a redução da temperatura e do campo elétrico o alinhamento se mantém, conforme observado na Figura 3.2 abaixo. A partir desse ponto temos um material pronto para apresentar as características piezoelétricas relevantes.

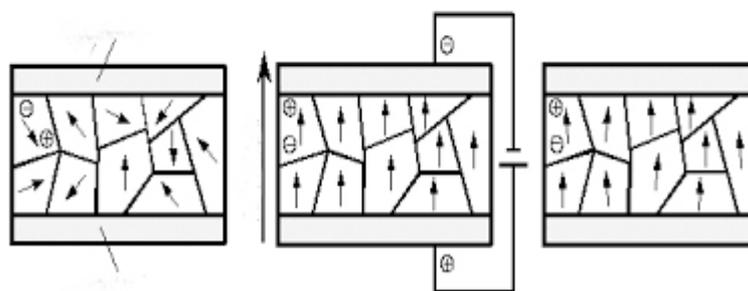


Figura 3.2 - Processo de fabricação de material piezoelétrico antes, durante e após polarização. Fonte: SAVI, 2013

3.1 EFEITO DIRETO

Conforme mencionado no início desse capítulo, o efeito piezoelétrico direto refere-se à obtenção de uma tensão elétrica proporcional a tensão mecânica aplicada ao material utilizado. Sendo assim, ao observar o corpo de prova ilustrado na Figura 3.3 abaixo, nota-se que este está sendo submetido a uma tensão mecânica axial nas duas faces opostas e restringindo-se a se mover na direção de tensão (T). Como consequência dessa força o material irá produzir uma deformação (S) na mesma direção da carga aplicada. Em regimes elásticos, no qual não são aplicadas cargas acima da tensão admissível do corpo de prova, a relação entre tensão e deformação é proporcional resultando em uma curva constante. A inclinação da reta observada no gráfico abaixo chama-se módulo de Young (Y) ou módulo de elasticidade [N/m^2]. (LEO, 2007)

Em relação ao regime plástico, o corpo de prova fica submetido a tensões acima do limite de escoamento e a curva tende a modificar-se de acordo com a carga aplicada e a ductilidade do material. Assim, para fins desse trabalho, o regime plástico será desconsiderado

visto que a deformação permanente ou a ruptura do material não seriam produtivas para a geração de energia.

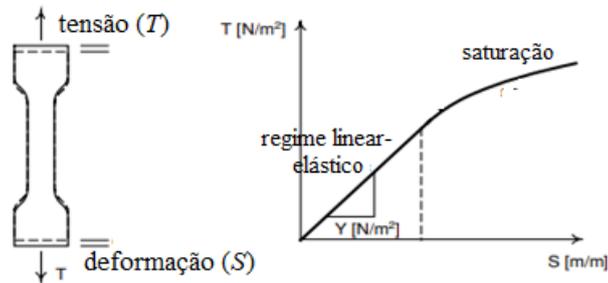


Figura 3.3 - Comportamento Deformação (S) x Tensão (T). Fonte: Adaptado de Leo (2007, p.123)

A relação matemática entre tensão e deformação é descrita na equação 3.1 abaixo, sendo a complacência mecânica (s), o inverso do módulo de Young ($s = 1/Y$)

$$S = \frac{1}{Y}T = sT \quad (3.1)$$

Levando-se em consideração o estudo apresentado sendo acima aplicado em materiais piezoelétricos, o corpo de prova que além de se alongar como um material elástico ainda irá produzir um fluxo de carga devido ao movimento dos dipolos elétricos, ou seja, a tensão mecânica promoverá também um deslocamento elétrico (D). Tal deslocamento é representado pela unidade de medida [C/m^2], sendo a carga produzida dividida pela área de superfície dos eletrodos.

Com isso, de forma análoga, pode ser observado na Figura 3.4 abaixo, que na fase linear existe uma relação entre tensão aplicada (T) e deslocamento elétrico (D) constante, onde a inclinação da reta é representada pelo coeficiente piezoelétrico de deformação (d).

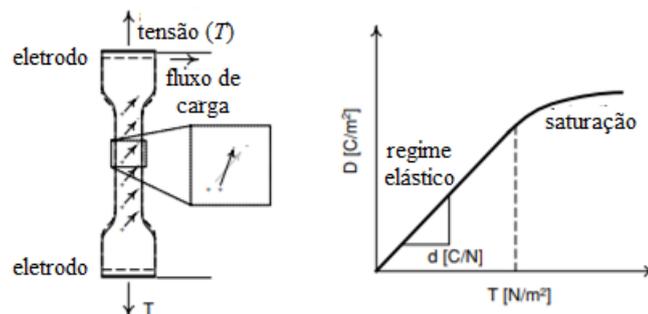


Figura 3.4 - Comportamento Tensão (T) x Deformação (D) para materiais piezoelétricos. Fonte: Adaptado de Leo (2007, p.124)

A equação que relaciona essas componentes é

$$D = dT, \quad (3.2)$$

onde a medida de d é expressa por $[C/N]$.

3.2 EFEITO INVERSO

O efeito direto descrito na Seção 3.1, trazia a resposta elétrica do material quando submetido a uma carga mecânica, já o efeito piezoelétrico inverso, consiste na resposta mecânica do material quando exposto a um campo elétrico. Sendo assim, supondo que o material piezoelétrico é um isolante perfeito, quando aplicado um potencial elétrico constante através de eletrodos presentes nas faces opostas do corpo de prova, conforme observado na Figura 3.5 abaixo, isso irá gerar a indução de um campo elétrico (E) sobre o material, provocado pela rotação dos dipolos internos que sofrem atração pelas cargas elétricas e com isso um deslocamento elétrico (D) também é gerado. A relação entre campo elétrico (E) e deslocamento elétrico (D) será linear para valores abaixo de um limite de saturação.

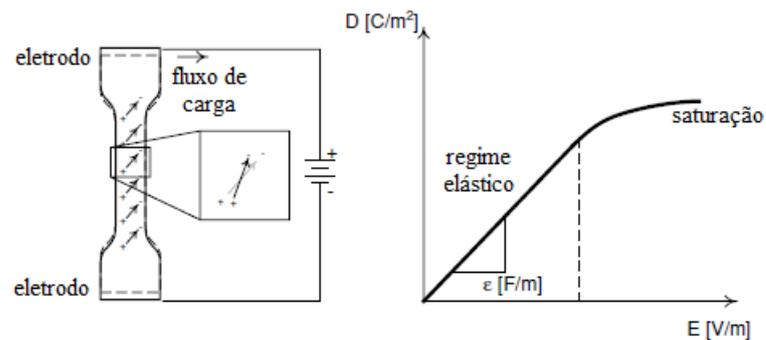


Figura 3.5 - Relação entre campo elétrico (E) e deslocamento elétrico (D) para materiais piezoelétricos.
 Fonte: Adaptado de Leo (2007, p.125)

A inclinação dessa reta representada por (ϵ) é chamada de permissividade elétrica $[F/m]$ e a relação matemática entre os elementos descritos acima é representada pela Equação 3.3.

$$D = \epsilon E \quad (3.3)$$

O alinhamento dos dipolos internos provocado pelo fluxo de cargas elétricas nas direções dos eletrodos, além de gerar um deslocamento elétrico também produzirá uma deformação mecânica no corpo de prova. Assim, de forma análoga, pode-se notar uma relação de deslocamento linear entre campo aplicado (E) e deformação mecânica (S).

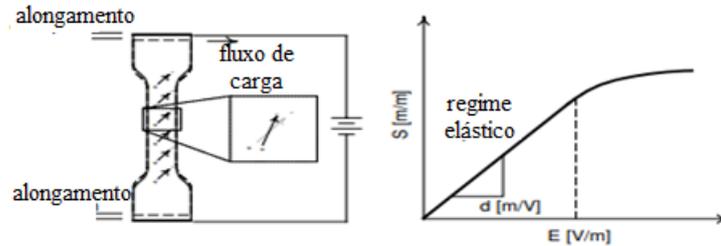


Figura 3.6 - Relação entre campo elétrico (E) e deformação mecânica (S) para materiais piezoelétricos.
Fonte: Adaptado de Leo (2007, p.125)

A notação matemática para essa situação, indicada abaixo, configura o coeficiente piezoelétrico de deformação (d) descrito em função da distância a da tensão elétrica [m/V].

$$S = dE \quad (3.4)$$

3.3 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

Nas seções anteriores foi possível conhecer e entender o conceito fundamental dos materiais piezoelétricos, O acoplamento eletromecânico foi parametrizado através de três variáveis: complacência mecânica (s), coeficiente piezoelétrico de deformação (d) e permissividade elétrica (ϵ). O efeito piezoelétrico direto assim como o efeito indireto pode ser expresso como uma relação entre tensão (T), deformação (S), campo elétrico (E) e deslocamento elétrico (D) (LEO, 2007).

Portanto, o modelo constitutivo dos materiais piezoelétricos pode ser representado como a combinação das equações algébricas obtidas nos efeitos direto e indireto em forma matricial.

$$\begin{Bmatrix} S \\ D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s^E & d^t \\ d & \epsilon^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T \\ E \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

A expressão em forma de matriz é utilizada para representar o comportamento do material de forma tridimensional. Os sobrescritos $()^E$ e $()^T$ indicam que as variáveis são

avaliadas em relação a campo elétrico e tensão nulos ou constantes, respectivamente, já o sobrescrito $()^t$ representa uma matriz transposta.

Assim, de forma a descrever as equações constitutivas é utilizado um sistema cúbico representando um material piezoelétrico com coordenadas numéricas específicas que contemplem as três direções, conforme demonstrado na Figura 3.7, sendo utilizado de maneira convencional o eixo 3 (três) como direção de polarização do material.

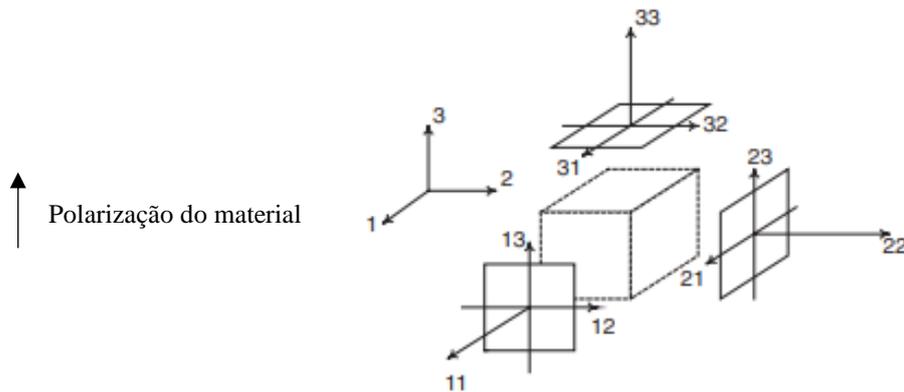


Figura 3.7 - Sistema de coordenadas de um cubo piezoelétrico. Fonte: Adaptado de Leo (2007, p.136)

A forma compacta das equações constitutivas baseia-se no fato de que a tensão e os tensores de deformação são simétricos logo, os tensores T e S podem ser representados como (LEO, 2007):

$$T_{ij} = T_{ji} \quad (3.6)$$

$$S_{ij} = S_{ji} \quad (3.7)$$

Portanto, utilizando a notação de *Voigt* para representar tensores simétricos e o modelo constitutivo na forma matricial indicado pela Equação 3.5, pode-se definir um novo conjunto de componentes, passando de nove elementos de tensão e deformação para apenas seis.

$$S_1 = S_{11} \quad T_1 = T_{11} \quad (3.8)$$

$$S_2 = S_{22} \quad T_2 = T_{22} \quad (3.9)$$

$$S_3 = S_{33} \quad T_3 = T_{33} \quad (3.10)$$

$$S_4 = S_{23} + S_{32} \quad T_4 = T_{23} = T_{32} \quad (3.11)$$

$$S_5 = S_{31} + S_{13} \quad T_5 = T_{31} = T_{13} \quad (3.12)$$

$$S_6 = S_{12} + S_{21} \quad T_6 = T_{12} = T_{21} \quad (3.13)$$

Por fim, tem-se as equações constitutivas na forma algébrica indicado pelas Equações 3.14 e 3.15, abaixo:

$$S_i = s_{ij}^E T_j + d_{ik} E_k \quad (3.14)$$

$$D_m = d_{mj} T_j + \varepsilon_{mk}^T E_m \quad (3.15)$$

onde os índices i e j podem assumir valores de 1 a 6 e os índices k e m valores de 1 a 3. Assim o formato matricial, pode ser representado por:

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{51} & s_{51} & s_{53} & s_{54} & s_{55} & s_{56} \\ s_{61} & s_{61} & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_2 \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_2 \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

sendo a representação expandida das equações acima, expressa por:

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & s_{14}^E & s_{15}^E & s_{16}^E & d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E & s_{24}^E & s_{25}^E & s_{26}^E & d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E & s_{34}^E & s_{35}^E & s_{36}^E & d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ s_{41}^E & s_{42}^E & s_{43}^E & s_{44}^E & s_{45}^E & s_{46}^E & d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ s_{51}^E & s_{52}^E & s_{53}^E & s_{54}^E & s_{55}^E & s_{56}^E & d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ s_{61}^E & s_{62}^E & s_{63}^E & s_{64}^E & s_{65}^E & s_{66}^E & d_{16} & d_{26} & d_{36} \\ d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} & \varepsilon_{11}^T & \varepsilon_{12}^T & \varepsilon_{13}^T \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} & \varepsilon_{21}^T & \varepsilon_{22}^T & \varepsilon_{23}^T \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} & \varepsilon_{31}^T & \varepsilon_{32}^T & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

Nas formas matriciais acima, existem 36 constantes elásticas (s), 18 coeficientes de deformação piezoelétrica (d) e 9 valores de permissividade elétricas (ε) que tipificam um material piezoelétrico. Essas variáveis podem ser reduzidas significativamente considerando a

simetria associada entre elas e o comportamento transversalmente isotrópico do material. Assim as seguintes combinações serão formadas para $S_{ij} = S_{ji} = 0$ sendo, $i = 1, 2, 3$ e $j = 4, 5, 6$

$$s_{45}^E = s_{46}^E = s_{56}^E = s_{65}^E = 0, \quad s_{11}^E = s_{22}^E, \quad d_{31} = d_{32}, \quad d_{15} = d_{24}, \text{ etc} \quad (3.19)$$

Portanto, realizando as devidas contrações, tem-se o modelo constitutivo reduzido no formato matricial:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{12}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

3.3.1 Equações Reduzidas para vigas finas

Materiais piezoelétricos que possuem estrutura de uma viga fina podem ser modelados de maneira unidimensional, assim as únicas componentes de tensão mecânica que serão levadas em consideração estão posicionadas na direção 1, longitudinal da viga e na direção 3, de polarização, resultando no modo de operação 31.

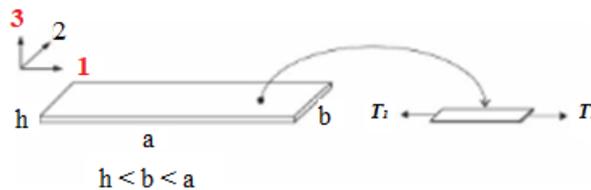


Figura 3.8 - Representação de uma viga fina piezoelétrica (Modo de Operação 31).
Fonte: Adaptado de Priya e Inman, 2009

$$T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = 0 \quad (3.21)$$

Dessa forma, utilizando as devidas simplificações a Equação 3.5 torna-se:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & d_{31} \\ d_{31} & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

assim, também é possível representar a equação acima na seguinte forma algébrica:

$$S_1 = s_{11}^E T_1 + d_{31} E_3 \quad (3.23)$$

$$D_3 = d_{31} T_1 + \varepsilon_{33}^T E_3 \quad (3.24)$$

Portanto, para vigas piezoelétricas finas a forma matricial pode ser representada da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} s_{11}^E & 0 \\ -d_{31} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -d_{31} \\ 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{c}_{11}^E & -\bar{e}_{31} \\ \bar{e}_{31} & \bar{\varepsilon}_{33}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

onde a matriz reduzida das constantes elástica, de deformação piezoelétrica e de permissividade elétrica é indicada abaixo (ERTURK e INMAN, 2011).

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} \bar{c}_{11}^E & -\bar{e}_{31} \\ \bar{e}_{31} & \bar{\varepsilon}_{33}^S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & 0 \\ -d_{31} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & -d_{31} \\ 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

sendo:

$$\bar{c}_{11}^E = \frac{1}{s_{11}^E}, \quad \bar{e}_{31} = \frac{d_{31}}{s_{11}^E}, \quad \bar{\varepsilon}_{33}^S = \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \quad (3.28)$$

Na Equação 3.27, a ênfase representada pela barra indica que respectiva constante foi reduzida da forma tridimensional para condição de tensão plana e o sobrescrito $()^S$ indica que a respectiva constante é avaliada em deformação constante.

Capítulo 4

4 MODELAGEM MATEMÁTICA

Os sistemas de geração de energia utilizando materiais piezoelétricos consistem em sua grande maioria em vigas finas tipo cantilever revestidas com uma ou duas camadas de material piezoelétrico. De modo geral, uma das extremidades da viga é engastada em alguma estrutura que possua vibração e a outra extremidade é livre para vibrar. A Figura 4.1 mostra um sistema de geração de energia composto de duas vigas piezoelétricas excitadas por um carregamento mecânico $u(t)$ e separadas por uma distância perpendicular g . É possível adicionar uma massa concentrada na extremidade livre ao engaste em cada viga, chamada na Figura 4.1 de PM1 e PM2 (abreviação PM vêm da expressão em inglês *Proof Mass*). A alteração das massas concentradas possibilita a mudança na frequência natural da viga, podendo ser utilizada para sintonizar com a frequência de excitação da fonte. Caso as vigas tenham os mesmos parâmetros como rigidez, amortecimento e acoplamento eletromecânico proveniente do material piezoelétrico, as vigas vibrarão em sintonia e não ocorrerá interação entre elas, sendo independentes entre si. A inserção de diferentes valores de massas concentradas leva a mudança de rigidez de uma viga em relação a outra, podendo ocorrer impactos intermitentes dependendo das condições de excitação. Estes impactos podem introduzir mudanças drásticas no sistema, e com isto a geração de energia otimizada.

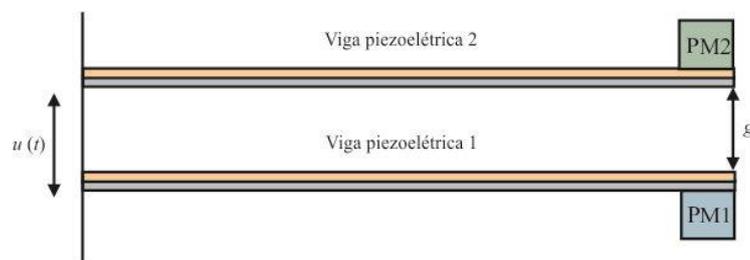


Figura 4.1 - Sistema de geração de energia composto de duas vigas piezoelétricas excitadas por um carregamento mecânico $u(t)$ e separadas por uma distância perpendicular g .

Esse sistema pode ser tratado através da análise de um modelo com dois graus de liberdade utilizando parâmetros concentrados. A Figura 4.2 mostra o modelo esquemático do sistema.

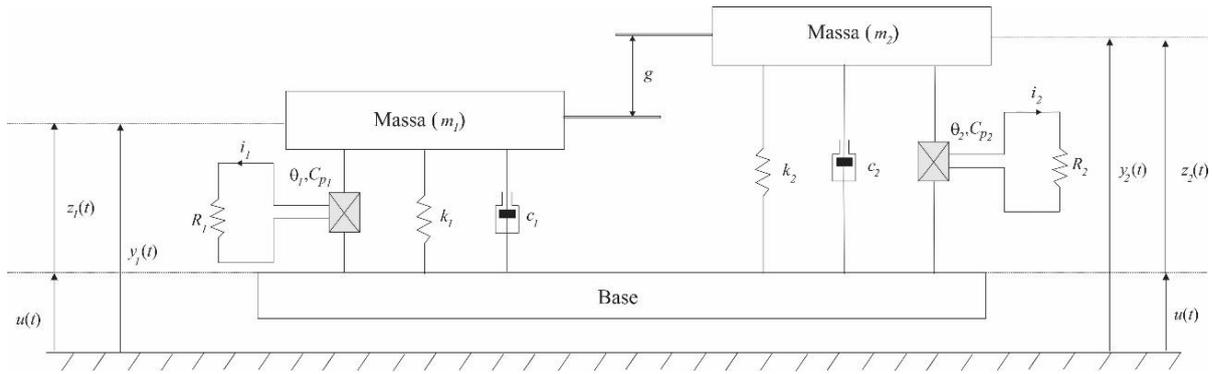


Figura 4.2 - Modelo esquemático do sistema com parâmetros concentrados para descrever o problema físico mostrado na Figura 4.1.

A Figura acima mostra dois osciladores mecânicos ($i = 1, 2$), cada um pode ser representado por um sistema massa (m_i), mola (k_i), amortecedor (c_i) e acoplamento eletromecânico representando a conversão de energia mecânica em elétrica (θ_i). Em cada oscilador piezoelétrico com capacitância (C_{pi}) é ligado um circuito elétrico composto apenas por um resistor (R_i). A tensão elétrica através do resistor é dada por (V_i). O sistema é sujeito a uma excitação de base harmônica (u), representada pela Equação 4.1 abaixo.

$$u = u(t) = A \sin(\omega t) \quad (4.1)$$

sendo A amplitude de movimento, ω a frequência angular e t o tempo.

O deslocamento das massas oscilatórias em relação a um referencial inercial é representado por $y_i(t)$, $z_i(t)$ são os deslocamentos das massas em relação a base.

Sendo $|z_2 - z_1| < g$, não haverá ocorrência de impacto, seguindo as equações de movimento descritas abaixo:

$$m_1 \ddot{z}_1 + c_1 \dot{z}_1 + k_1 z_1 - \theta_1 V_1 = -m_1 \ddot{u} \quad (4.2)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 + c_2 \dot{z}_2 + k_2 z_2 - \theta_2 V_2 = -m_2 \ddot{u} \quad (4.3)$$

$$-\theta_1 \dot{z}_1 + C_{p1} \dot{V}_1 + \frac{V_1}{R_1} = 0 \quad (4.4)$$

$$-\theta_2 \dot{z}_2 + C_{p2} \dot{V}_2 + \frac{V_2}{R_2} = 0 \quad (4.5)$$

Quando $|z_2 - z_1| > g$, ocorrerá o impacto e, portanto, segundo (VIJAYAN, FRISWELL, *et al.*, 2015) também irá surgir uma nova componente de rigidez equivalente de contato (k_{cont}) no momento do choque entre as duas vigas, seguindo as equações de movimento descritas abaixo:

$$m_1\ddot{z}_1 + c_1\dot{z}_1 - c_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + k_1z_1 - k_{cont}[(z_2 - z_1) - g] - \theta_1V_1 = -m_1\ddot{u} \quad (4.6)$$

$$m_2\ddot{z}_2 + c_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + k_{cont}[(z_2 - z_1) - g] - \theta_2V_2 = -m_2\ddot{u} \quad (4.7)$$

$$-\theta_1\dot{z}_1 + C_{p1}\dot{V}_1 + \frac{V_1}{R_1} = 0 \quad (4.8)$$

$$-\theta_2\dot{z}_2 + C_{p2}\dot{V}_2 + \frac{V_2}{R_2} = 0 \quad (4.9)$$

A potência elétrica instantânea de cada piezoelétrico é definida por $P_i = V_i^2/R_i$, com ($i = 1, 2$). Os valores médios de potência de entrada (mecânica) e saída (elétrica), $P_{in,i}$ e $P_{out,i}$, com ($i = 1, 2$), respectivamente, representados pelas Equações 4.10 e 4.11, são definidos de acordo com a medida estatística do valor eficaz, chamada de RMS (*Root Mean Square*). Essa medida é a mais indicada devido à dificuldade de análise de sistema não-linear. É válido ressaltar que no presente trabalho as médias serão calculadas retirando-se o regime transiente. Segue abaixo as equações de definição desses parâmetros:

$$P_{out,i} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t P_i^2 dt} \quad (4.10)$$

$$P_{in,i} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t ((m_i\ddot{u})\dot{z}_i)^2 dt} \quad (4.11)$$

A eficiência dos sistemas (η_i), sendo $i = 1, 2$, pode ser calculada através da comparação entre as potências de saída e entrada, dado pela Equação 4.12 abaixo.

$$\eta_i = \frac{P_{out,i}}{P_{in,i}} \quad (4.12)$$

Levando em consideração as simulações numéricas, que serão apresentadas em sequência, alguns parâmetros de entrada foram obtidos através de (KIM *et al.*, 2010) e são

apresentados pela Tabela 5.1 abaixo. Para fins de simplificação os valores foram usados de forma idêntica para as duas vigas.

Tabela 5.1 - Parâmetros e seus valores de entrada utilizados nas simulações para as vigas 1 e 2.

Parâmetros	Valores
$m_1 = m_2$	0,00878 kg
$C_{p1} = C_{p2}$	$4,194 \times 10^{-8} F$
$R_1 = R_2$	$100 \times 10^3 \Omega$
$c_1 = c_2$	$0,2198821 N(m.s)^{-1}$
$k_1 = k_2$	$4150 Nm^{-1}$
k_{cont}	$1000 Nm^{-1}$
$\theta_1 = \theta_2$	$-0,004688 NV^{-1}$
δ	$2,5 m/s^2$

Fonte: Adaptado de KIM et al., 2010

As equações de movimento apresentadas nesta seção foram implementadas na linguagem Fortran 90 e foi desenvolvido o método de integração de *Runge-Kutta* de quarta ordem para solução delas. Os parâmetros apresentados na Tabela 5.1, foram utilizados inicialmente para validação com o código numérico comparando com os resultados encontrados em KIM, et al., 2010. Como tanto as massas e os valores de rigidez são idênticos para as vigas, ao serem submetidas a mesma aceleração de base, ambas estavam em sincronismo e não colidiam uma com a outra resultando em dois sistemas com 1 grau de liberdade desacoplados. Posteriormente, foram modificados os valores do gap g , bem como das massas para que elas saíssem de sincronia e pudessem colidir. As análises de valores de deslocamento, potência e eficiência foram realizados através de uma varredura em frequências (ω) de 100 a 1000 rad/s.

Capítulo 5

5 RESULTADOS NUMÉRICOS

Essa etapa do trabalho, tem como objetivo apresentar uma análise numérica, a fim de esclarecer os efeitos da não linearidade associados ao modelo esquemático mostrado no capítulo anterior. As simulações realizadas exploram diferentes parâmetros com a intenção de investigar a resposta dinâmica dos sistemas e assim verificar qual possui maior eficiência dentre as diferentes condições impostas.

Dentre as análises realizadas, incluem um estudo comparativo entre diferentes fatores como, deslocamento máximo, potência média de saída, eficiência dos sistemas, além do espaço de fase. Foi utilizado como critério comparativo diferentes valores para a massa da viga 1, em função de um parâmetro adimensional dado por, $\beta = m_1/m_2$, assim como, diferentes gaps g (distância entre vigas).

As comparações realizadas visam explicitar a diferença na geração de energia e o grau de eficiência no intervalo de frequência compreendido entre 100 e 1000 rad/s oriundos de um agitador eletromecânico onde as vigas estão acopladas como demonstrado no modelo arquétipo do capítulo anterior. A varredura para esse intervalo vale para todas as simulações testados, independentemente se os valores máximos ocorrem ou não nesse intervalo.

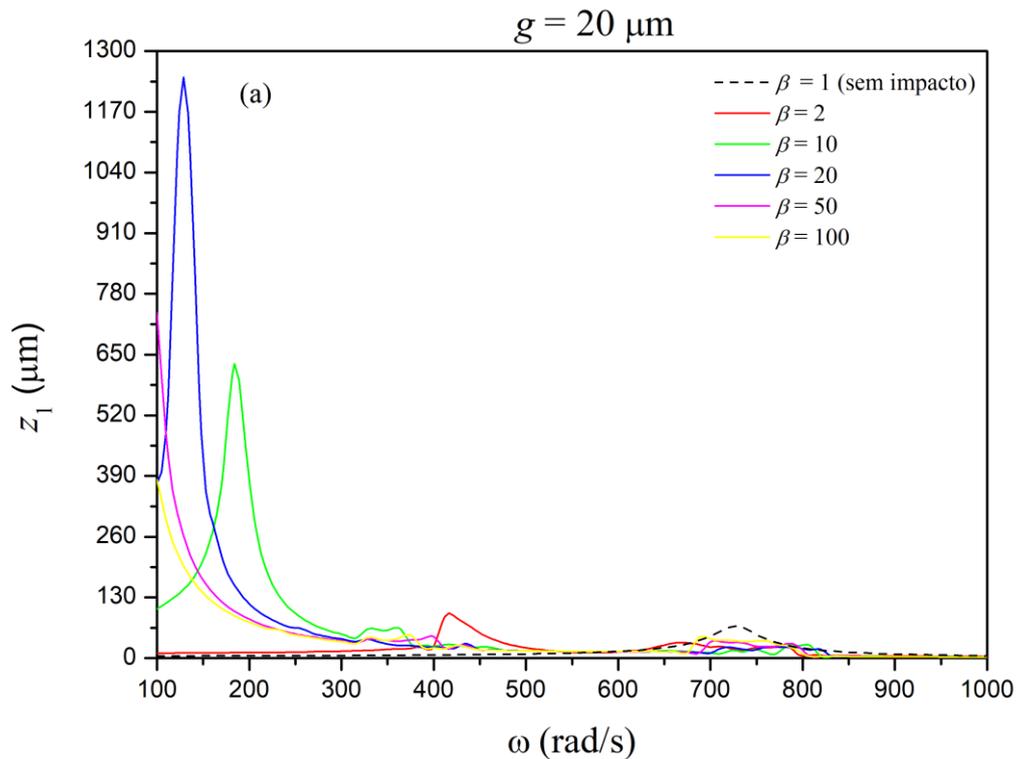
Inicialmente, são apresentados os resultados numéricos de deslocamento máximo por variação de frequência para diferentes valores de β e em seguida, diferentes valores de gap.

Através dos gráficos representados pela Figura 5.1 abaixo, é possível acompanhar o comportamento tanto da viga 1 quanto da viga 2 quando submetidos a um gap de 20 μm e diferentes valores de β .

Nota-se que há um destaque, para quando $\beta = 1$, pois nesse caso as vigas não sofrem impactos entre si, indicando um comportamento linear, como visto na linha tracejada dos gráficos. A partir de β maior que 1, os impactos começam a ocorrer e se tornam ainda mais perceptíveis à medida que a amplitude aumenta para valores de β cada vez maiores e os picos de deslocamento tendem a se deslocarem para a esquerda do gráfico, ou seja, ocorrem para faixas de frequência cada vez menores. Para a viga 2, é possível notar um leve incremento de banda de frequência, comparado a viga 1 principalmente entre as frequências de 600 e 700 rad/s.

De forma geral, devido ao impacto entre as duas vigas piezoelétricas, se observa um sistema complexo no qual a dinâmica do sistema se modifica, gerando novas amplitudes em diferentes regiões que, sem a ocorrência de impacto, não existia. É perceptível que o impacto torna a dinâmica do sistema complexa e não-linear como pode ser observado em regiões de comportamento “instável”, nas faixas entre 300 e 500 rad/s na primeira viga e a partir de 300 rad/s na segunda.

Outro fator importante que se faz necessário abordar é a considerável diferença de amplitude entre as duas vigas, isso pode ser explicado pela variação da massa entre elas, com a primeira apresentando maior valor de massa concentrada na ponta da viga, provocando assim, maior deslocamento relativo em comparação ao da viga mais leve, esse comportamento, como esperado, será mantido nos demais casos testados no decorrer deste capítulo.



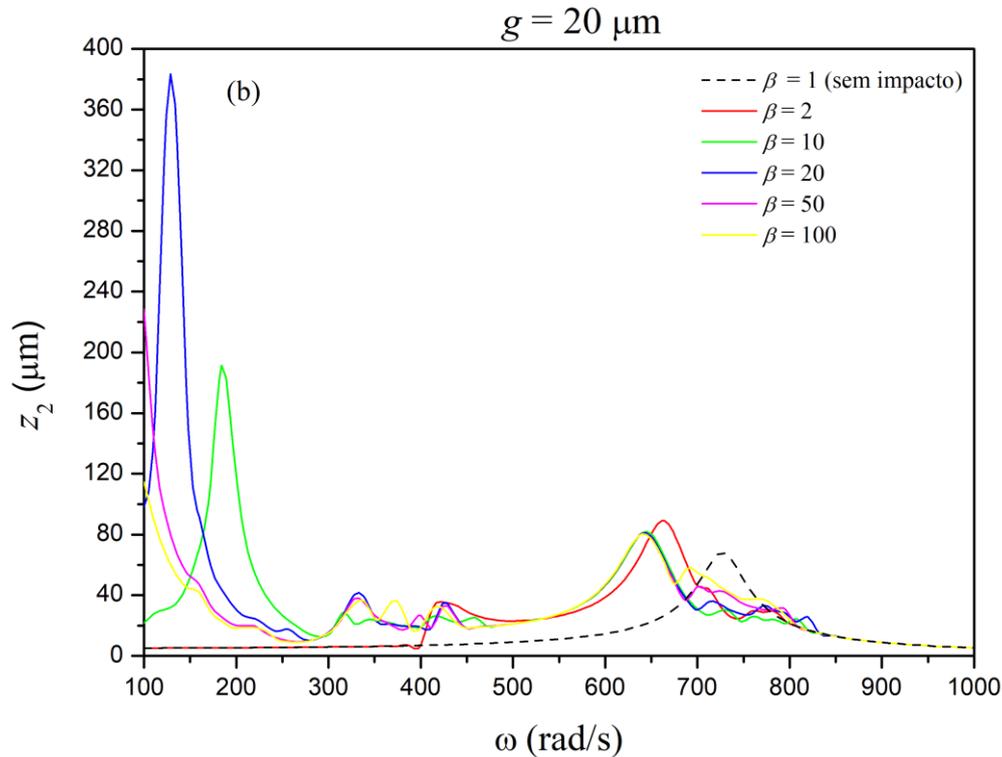


Figura 5.1 - Deslocamento máximo (z) x Frequência de forçamento (ω), para (a) viga 1 (z_1 x ω) e (b) viga 2 (z_2 x ω): Sistema utilizando como parâmetro gap (g) = 20 μm aplicado para diferentes valores de β sendo $\beta = 1$ modelo linear, sem impacto.

As Figuras 5.2 e 5.3 estendem a análise demonstrada acima, porém sob outra ótica, onde se tem um β fixo ($\beta = 2$ e 10) para diversos valores de gap. Para ambos os casos, foi utilizado como representação do modelo linear o gap = 800 μm, sendo, mais uma vez, indicado pela linha tracejada.

Assim como no caso anterior, ocorre o aparecimento de deslocamentos em novas faixas de frequência, comportamento perceptível na Figura 5.2(a). Nela, é possível observar que, conforme o impacto começa a acontecer, ocorre o achatamento da amplitude de deslocamento, no qual os maiores gaps, de 100 μm e 80 μm, ainda se mantêm centralizados na mesma frequência de ressonância do caso linear, porém, conforme os gaps diminuem as curvas começam a apresentar comportamentos não-lineares mais claros, com “multi-picos” em várias regiões, sendo identificados novos intervalos de frequência com aumento do deslocamento máximo se comparados ao regime linear, como visto de 300 a 450 rad/s e 600 a 850 rad/s, indicando um sistema com dinâmica complexa. Para a segunda viga, de menor massa, indicada na Figura 5.2(b), o comportamento ocorre de maneira similar, porém, com picos de deslocamento por vezes até maiores que o caso linear.

Uma outra comparação notada nos dois gráficos é a interação de impacto entre as vigas. Percebe-se um aumento de picos de deslocamento nas áreas compreendidas entre $\omega = 500$ e 600 rad/s, assim como $\omega = 700$ e 800 rad/s. Isso acontece, pois, a curva sem impacto apresenta o comportamento isolado de cada viga e ao submetê-las aos impactos demonstrados é possível notar o sistema com os dois graus de liberdade.

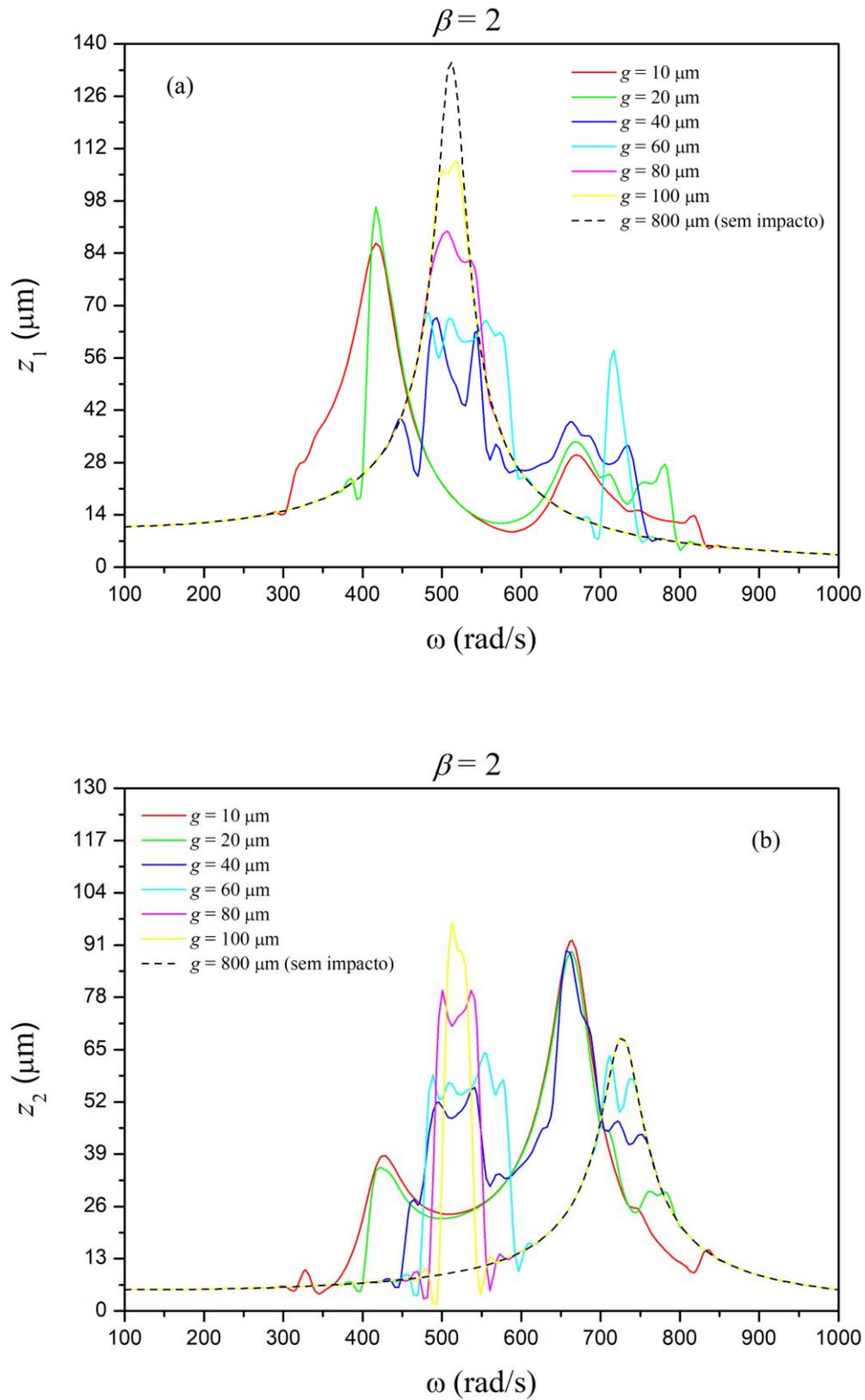


Figura 5.2 - Deslocamento máximo (z) x Frequência de forçamento (ω), para (a) viga 1 (z_1 x ω) e (b) viga 2 (z_2 x ω): Sistema utilizando como parâmetro $\beta = 2$, aplicado para diferentes valores de gap, sendo $g = 800 \mu\text{m}$ modelo linear, sem impacto.

Com o aumento da discrepância entre as massas das vigas demonstrados para $\beta=10$, conforme a Figura 5.3, o impacto mais abrupto provocado pela diferença mais acentuada entre as massas das vigas induz à deslocamentos máximos maiores do que os observados na Figura 5.2 ($\beta = 2$). É perceptível que, com a ocorrência do impacto, ocorra a mudança no posicionamento do maior pico, isso pode ser explicado pois, no contato, o sistema como um todo apresenta uma rigidez diferente fazendo com que a frequência de ressonância também se altere, provocando o deslocamento desse pico no gráfico.

Ainda na análise representada pela Figura 5.3, é perceptível que conforme a diferença relativa de deslocamento ($z_1 - z_2$) entre os dois osciladores atinge o valor crítico de impacto ocorre uma abrupta mudança no comportamento das curvas, porém se esse valor não é atingido não ocorrerá a colisão, esse comportamento pode ser visto mais claramente no intervalo de 150 a 250 rad/s nos dois gráficos.

Nota-se em ambos os gráficos que os intervalos entre 250 e 400 rad/s, onde o valor crítico para impacto é atingido, os impactos começam a ocorrer, diminuindo, nesse intervalo, a amplitude dos deslocamentos alcançados anteriormente, porém, ao mesmo tempo surgem diversos picos em novas faixas de frequência, proporcionando possíveis novos pontos de colheita de energia amplitudes se comparado ao regime linear, havendo melhora significativa com relação à banda de frequência e amplitude de deslocamento

O fato da segunda viga possuir desvantagem em sua massa demonstra que sofrerá mais fortemente a influência do choque, comportamento visto na Figura 5.3(b) possuindo oscilação mais complexa.

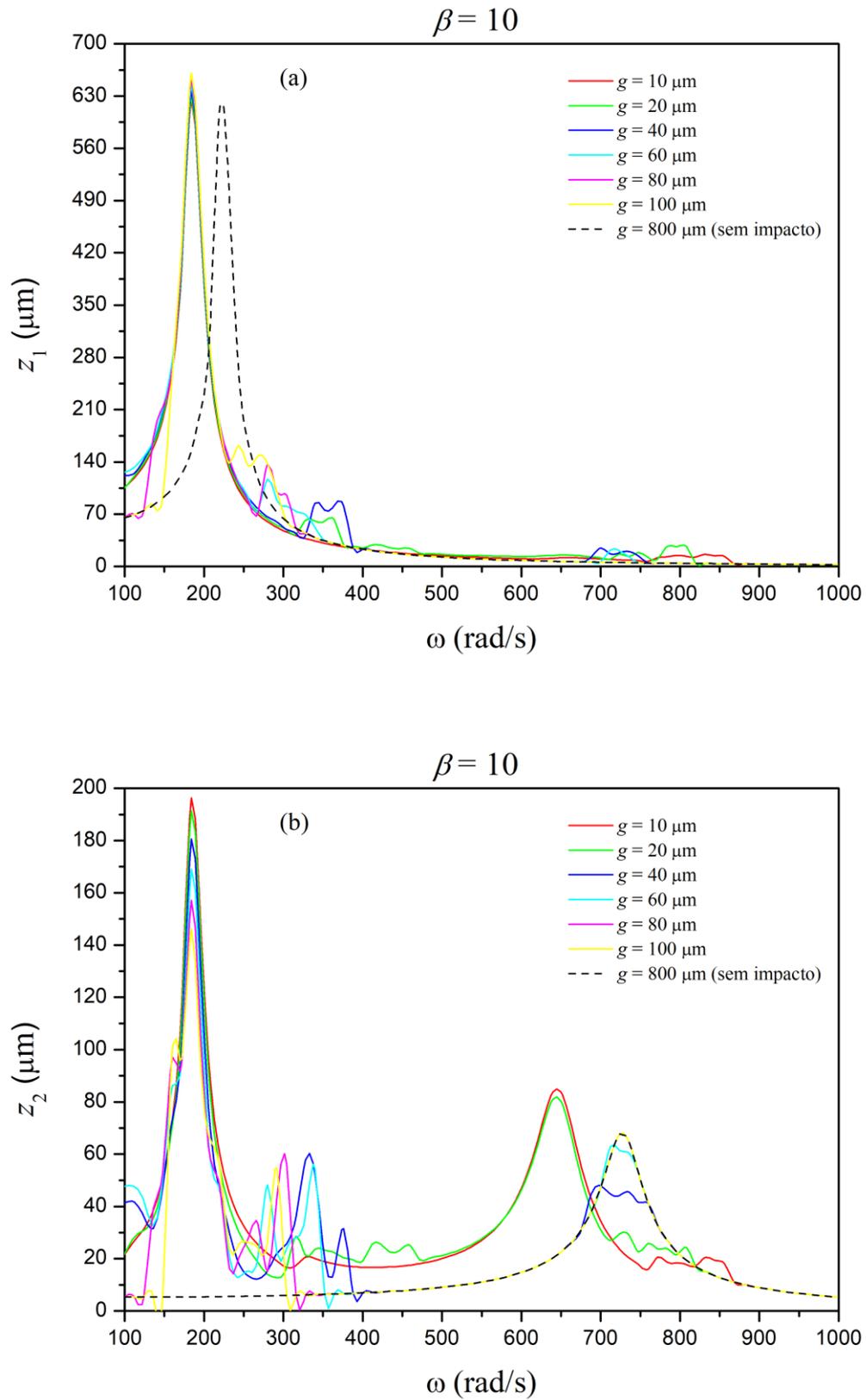
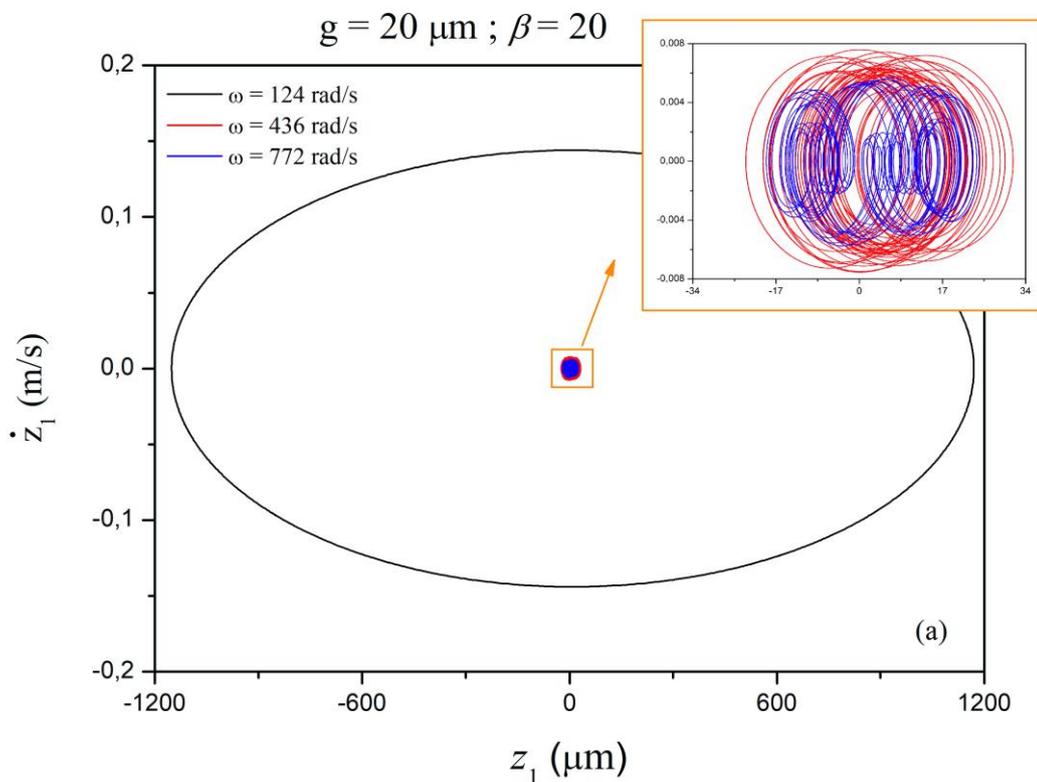


Figura 5.3 - Deslocamento máximo (z) x Frequência de forçamento (ω), para (a) viga 1 ($z_1 \times \omega$) e (b) viga 2 ($z_2 \times \omega$): Sistema utilizando como parâmetro $\beta = 10$, aplicado para diferentes valores de gap, sendo $g = 800 \mu\text{m}$ modelo linear, sem impacto.

As Figuras 5.4, 5.5 e 5.6, apresentadas abaixo, mostram os espaços de fase, onde ocorrem os valores máximos de deslocamento, para diferentes casos e interpretações. Em todos os gráficos o modelo linear apresenta um comportamento periódico e simétrico em relação ao zero de deslocamento, além disso, o modelo linear é mostrado através de três diferentes parâmetros como, frequência de ressonância (ω), gap (g) e β e todos eles são podem ser observados pela linha preta contínua nos gráficos.

Com relação as curvas que representam o comportamento das vigas quando submetidas aos impactos, percebe-se que as órbitas dos espaços de fase mudam consideravelmente, levando a uma dinâmica complexa tornando-se difícil estabelecer quando as curvas possuem um regime caótico ou periódico com “n” períodos.

A Figura 5.4 representa o primeiro caso de espaço de fase a ser avaliado. Para isso, três parâmetros foram levados em consideração, gap (g) = 20 μm e $\beta = 20$, submetidos a diferentes valores de frequência (ω). É importante ressaltar que as frequências escolhidas possuíam o deslocamento máximo, uma vez que é possível notar significativa deformação no espaço de fase para o choque entre as vigas.



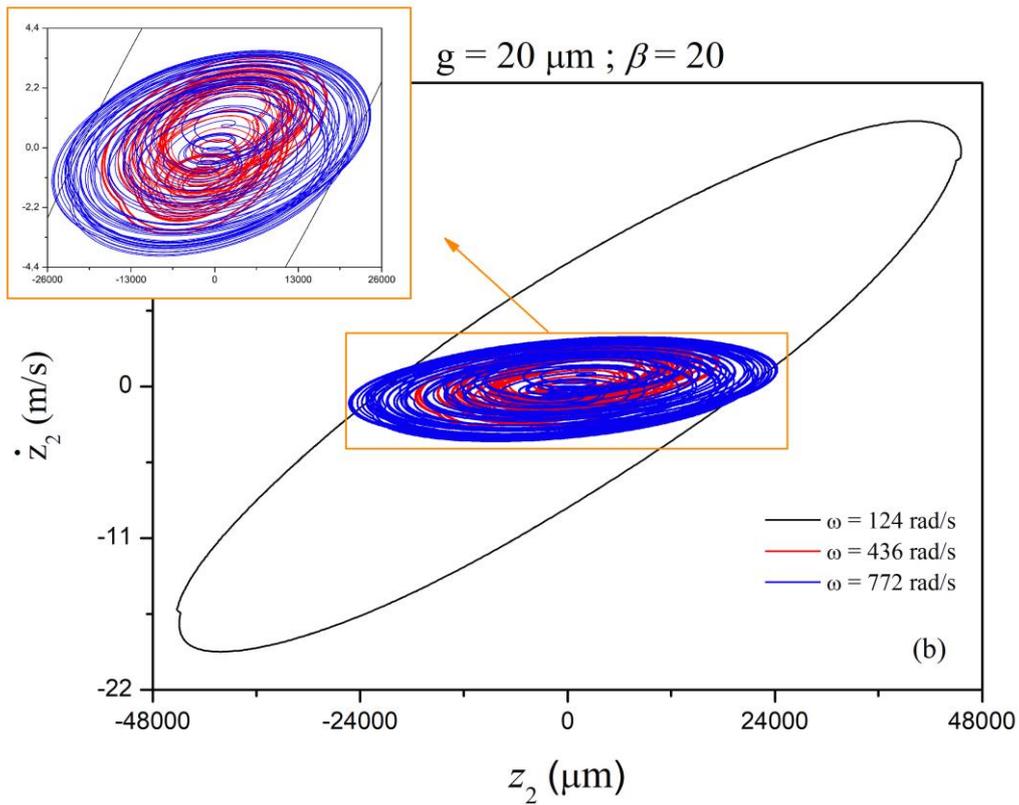


Figura 5.4 – Espaços de fase para (a) viga 1 e (b) viga 2: Sistema utilizando $g = 20 \mu\text{m}$ e $\beta = 20$ submetidos a diferentes frequências (ω), sendo $\omega = 124 \text{ rad/s}$ modelo linear, sem impacto.

A Figura 5.5, segue modelo similar ao anterior, porém novos parâmetros são estabelecidos. Para esse segundo caso de espaço de fase, será levado em consideração uma frequência de 724 rad/s e $\beta = 20$, submetidos a diferentes valores de gaps (g). Lembrando que para essa análise a frequência escolhida representa o deslocamento máximo da curva sem impacto, no caso $g = 800 \mu\text{m}$.

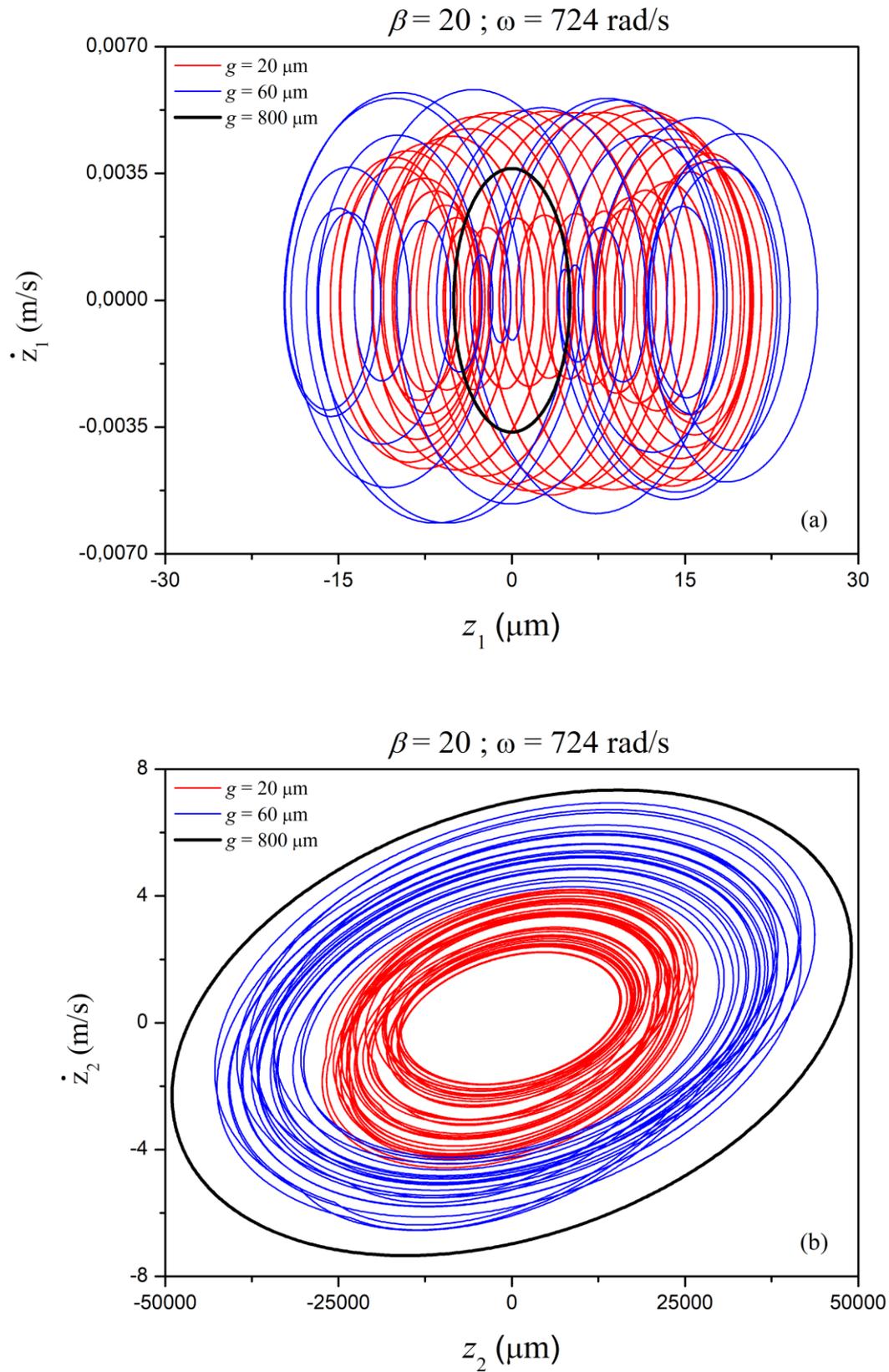
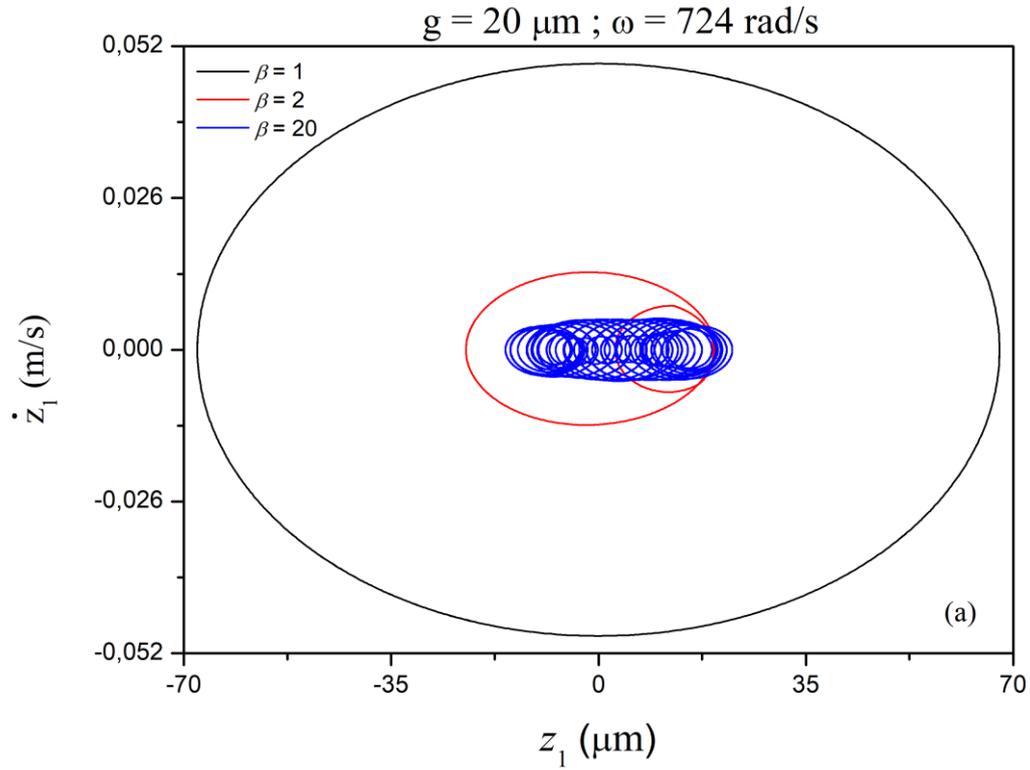


Figura 5.5 – Espaços de fase para (a) viga 1 e (b) viga 2: Sistema utilizando $\omega = 724 \text{ rad/s}$ e $\beta = 20$ submetidos a diferentes gaps, sendo $g = 800 \mu\text{m}$ modelo linear, sem impacto.

Dando sequência aos casos relacionados aos espaços de fase, a Figura 5.6, apresenta como parâmetros fixos uma frequência (ω) = 724 rad/s e gap = 20 μm , submetidos a diferentes valores de β . E assim como na figura anterior, a frequência escolhida representa o deslocamento máximo da curva sem impacto, no caso $\beta = 1$.



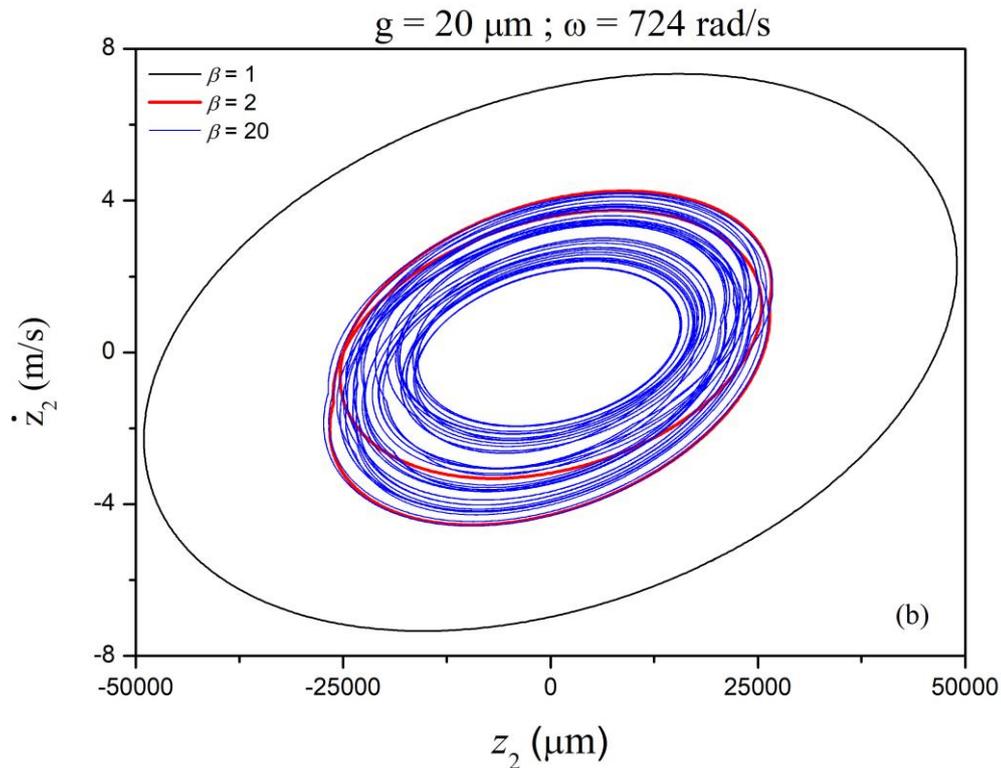


Figura 5.6 – Espaços de fase para (a) viga 1 e (b) viga 2: Sistema utilizando $\omega = 724 \text{ rad/s}$ e $g = 20 \mu\text{m}$ submetidos a diferentes β , sendo $\beta = 1$ modelo linear, sem impacto.

Aqui, será observado os efeitos apresentados anteriormente sob a perspectiva de colheita de energia através da potência média de saída e em seguida, através da eficiência do sistema. Como esperado, os resultados encontrados são similares aos notados nas curvas de deslocamento máximo.

Os gráficos indicados na Figura 5.7, trazem uma análise entre a potência média de saída pela frequência de forçamento submetidos a um gap de $20 \mu\text{m}$ e diferentes β , incluindo o modelo linear ($\beta = 1$). Nos gráficos pode-se destacar a curva azul representada pelo $\beta = 20$, onde apresenta maior pico de potência média, porém sem grande amplitude de frequência, ou seja, uma banda relativamente curta, o que pode impactar na energia colhida. Em contrapartida, na segunda viga para frequências entre 600 e 700 rad/s houve um leve incremento de banda.

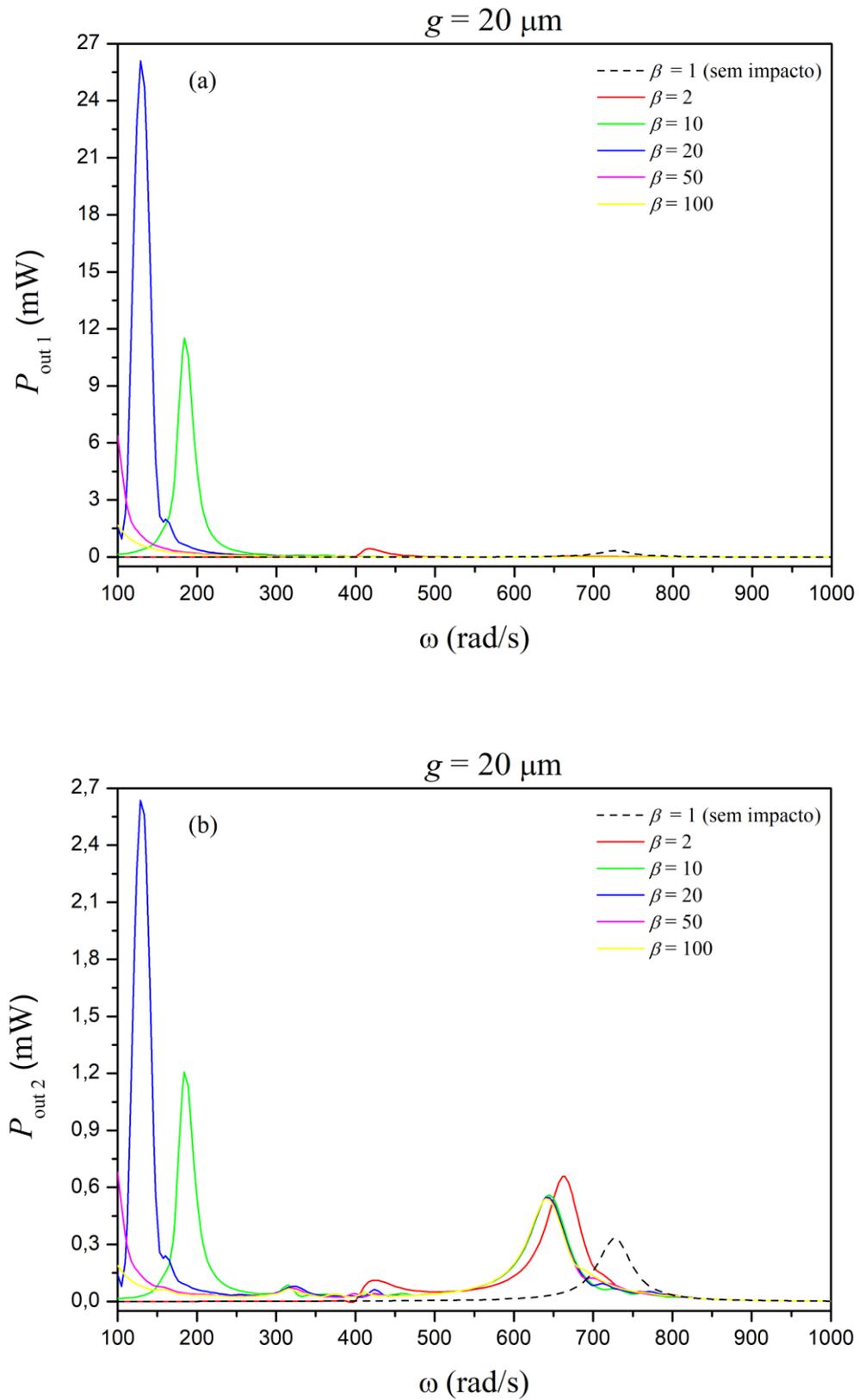
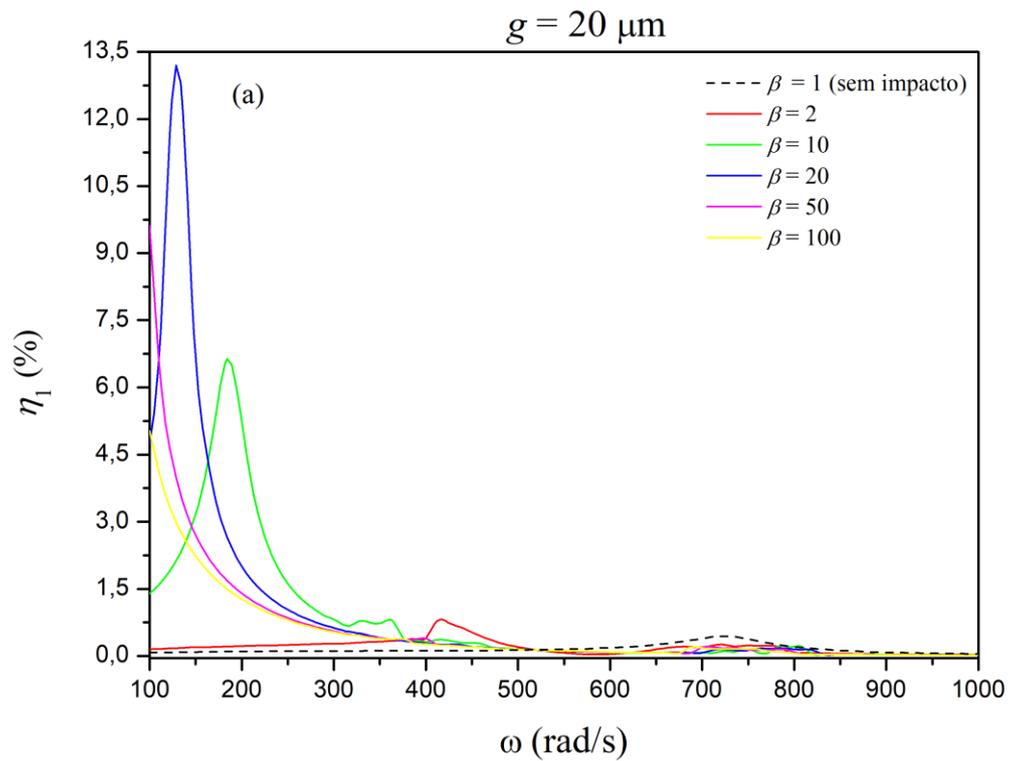


Figura 5.7 - Potência média de saída (P_{out}) x Frequência de forçamento (ω), para (a) viga 1 (P_{out1} x ω) e (b) viga 2 (P_{out2} x ω): Sistema utilizando como parâmetro gap (g) = 20 μm aplicado para diferentes valores de β sendo $\beta = 1$ modelo linear, sem impacto.

Os gráficos da Figura 5.8, mostrada abaixo, funcionam como complemento à Figura 5.7, visto que a eficiência do sistema (η), conforme indicado na Equação 4.12, está diretamente ligada à potência média de saída. Assim como na representação anterior, a Figura 5.8 aborda uma análise entre a eficiência do sistema sob a variação de frequência de forçamento submetidos a um gap de $20 \mu\text{m}$ e diferentes β , incluindo a comparação com o modelo linear ($\beta = 1$), representado pela curva pontilhada.



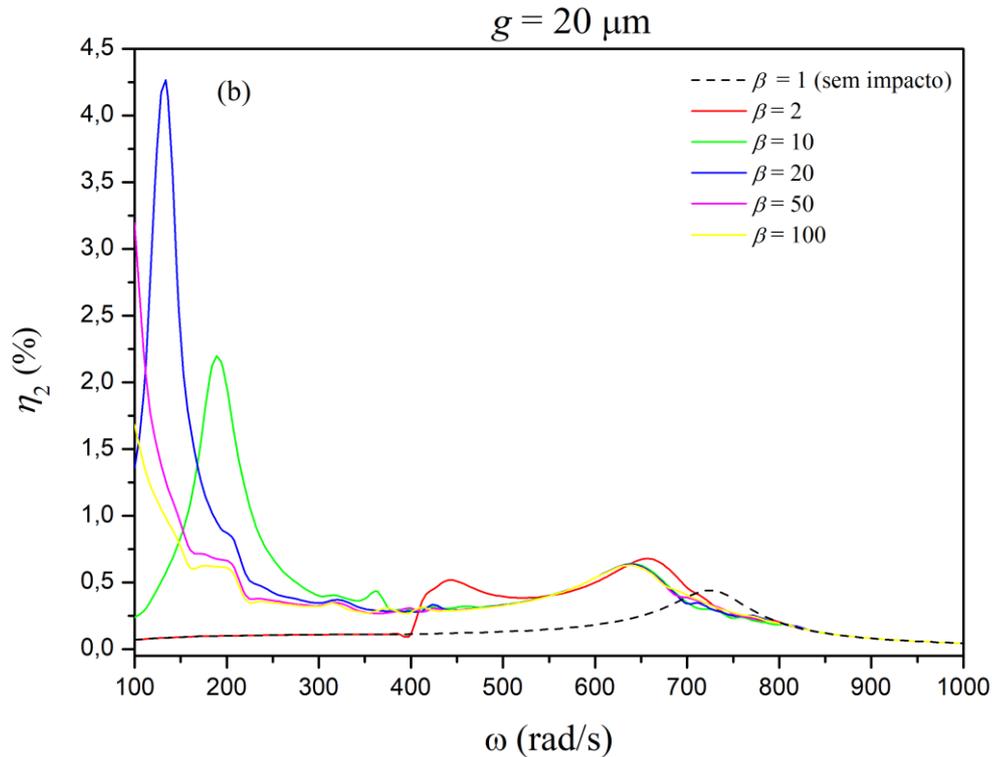


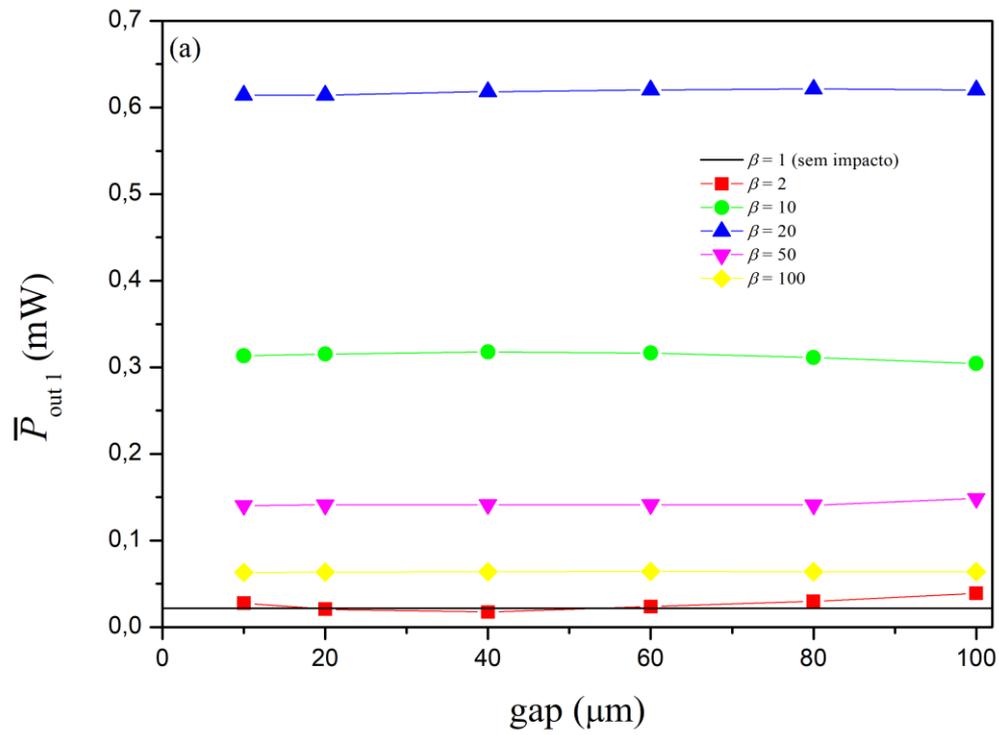
Figura 5.8 – Eficiência (η) x Frequência de forçamento (ω), para (a) viga 1 ($\eta_1 \times \omega$) e (b) viga 2 ($\eta_2 \times \omega$): Sistema utilizando como parâmetro gap (g) = 20 μm aplicado para diferentes valores de β sendo $\beta = 1$ modelo linear, sem impacto.

Ao comparar as análises desenvolvidas até aqui, torna-se difícil perceber de maneira clara, qual dos sistemas possui maior eficiência. Existe um impasse entre as curvas quanto a amplitude de eficiência e a distribuição de frequência (tamanho de banda). A fim de apresentar resultados que demonstrem de forma objetiva qual sistema possui maior eficiência, foi realizada uma análise estatística utilizando o cálculo de média das potências e eficiências no intervalo de 100 e 1000 rad/s.

Nesse primeiro resultado, demonstrado através da Figura 5.9, tem-se como parâmetro as médias da potência média de saída ($\bar{P}_{out\ 1}$) em relação aos gaps desenvolvidos ao longo do projeto, em função de diferentes valores de β . Assim como em outras análises $\beta = 1$, simboliza o modelo linear, sem impacto, representado pela linha preta continua.

Analisando as curvas das vigas 1 e 2 pode-se confirmar a similaridade nos resultados já destacados pela Figura 5.8, onde $\beta = 20$ possui maior amplitude de potência gerada, porém nessa análise fica ainda mais evidente. Outro fator que pode ser observado, se tratando especificamente da viga 1, é a quase linearidade nos valores das potências mesmo sob diferentes valores de gaps. Enquanto na viga 2 tem-se uma nítida mudança de tendência de amplitude de

potência quando submetido a um gap de 40 μm . Porém, nos dois casos percebe-se o aumento de produção de energia à medida que os impactos ocorrem, principalmente quando se comparado a linha referente ao modelo linear.



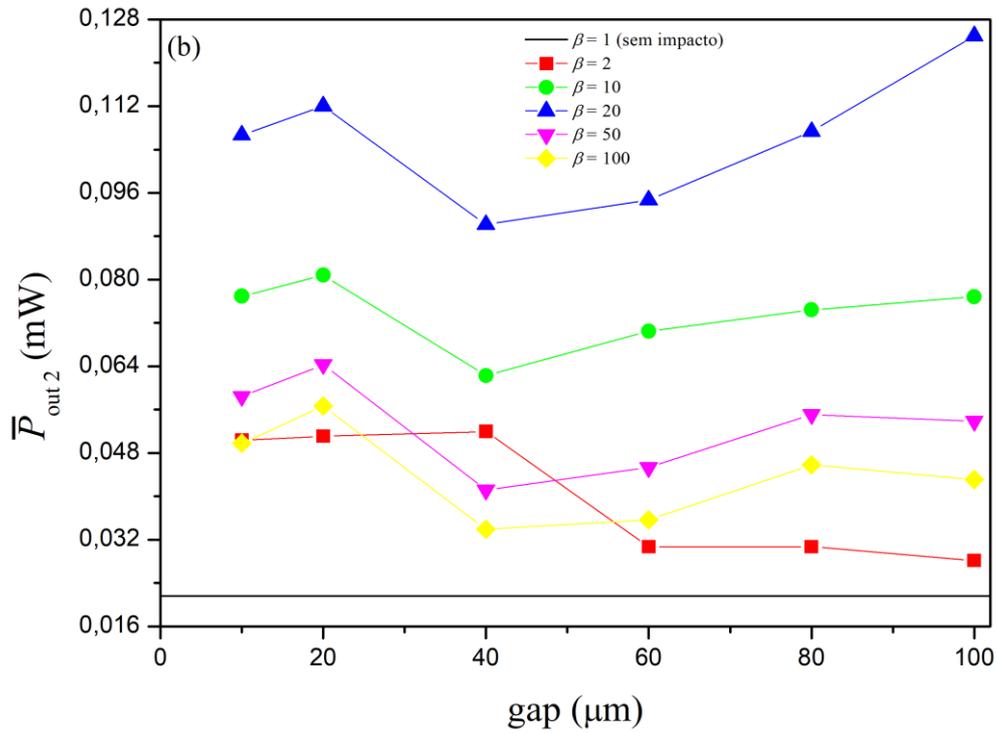


Figura 5.9 – Média das potências de saída em função dos gaps, aplicado para diferentes valores de β , sendo (a) viga 1 (\bar{P}_{out1} x g) e (b) viga 2 (\bar{P}_{out2} x g).

Complementando o estudo, tem-se a Figura 5.10 que leva em consideração a eficiência média ($\bar{\eta}$) sob os mesmos parâmetros mostrados na Figura 5.9. Os gráficos seguem a mesma tendência observada para potência média de saída, com $\beta = 20$ sendo o mais eficiente entre os β analisados.

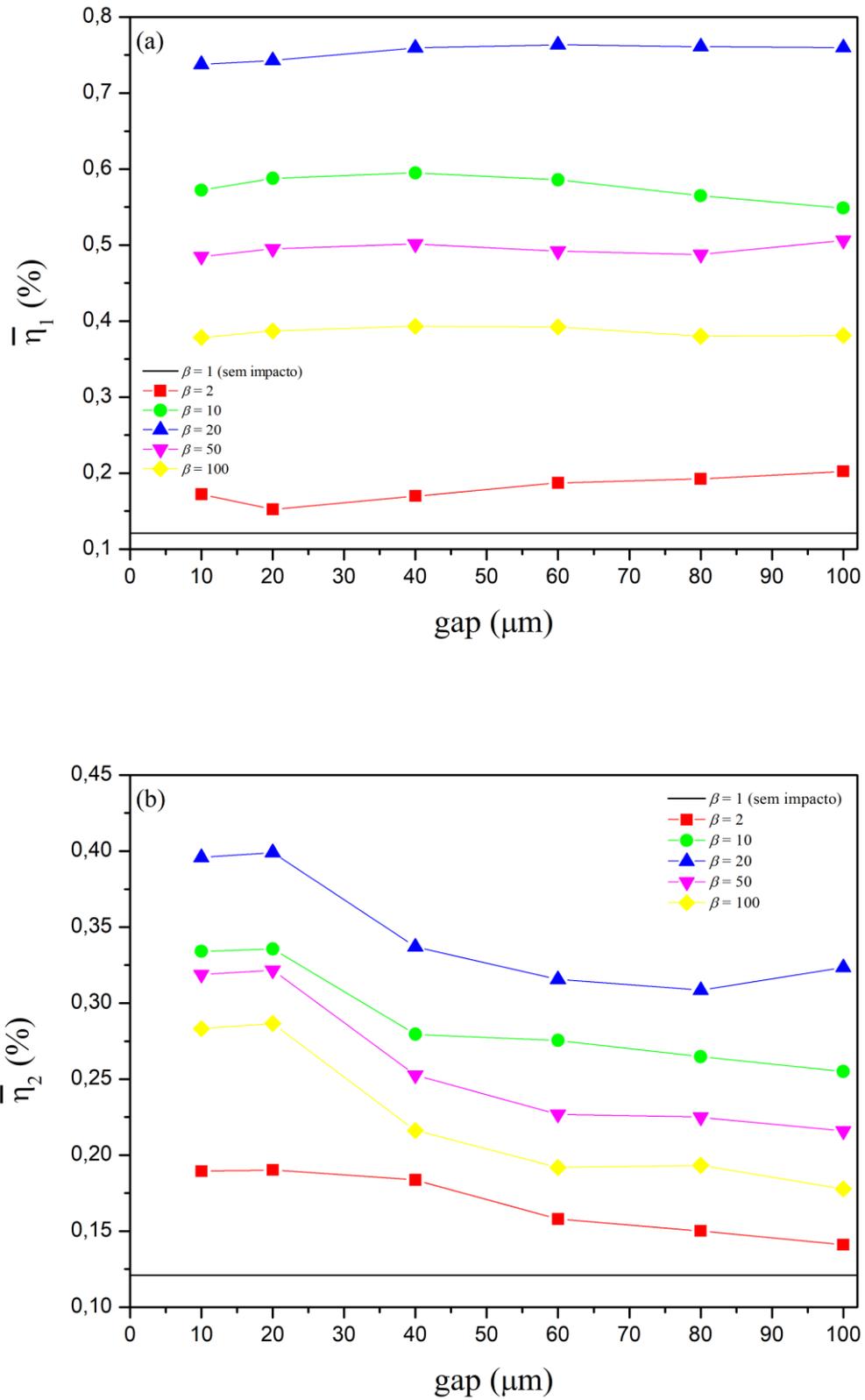


Figura 5.10 – Eficiência em função dos gaps, aplicado para diferentes valores de β , sendo (a) viga 1 ($\bar{\eta}_1 \times g$) e (b) viga 2 ($\bar{\eta}_2 \times g$).

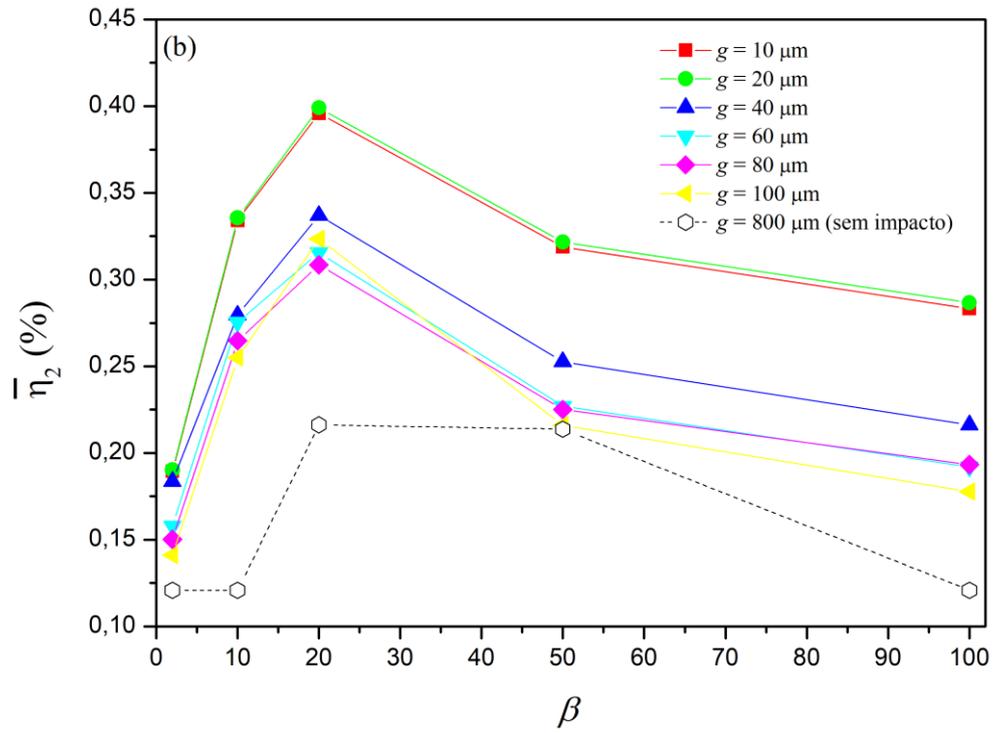


Figura 5.11 - Eficiência em função dos β , aplicado para diferentes valores de gaps (g), sendo (a) viga 1 ($\bar{\eta}_1 \times \beta$) e (b) viga 2 ($\bar{\eta}_2 \times \beta$).

Capítulo 6

6 CONCLUSÕES

O presente trabalho surge como mais uma contribuição na esteira de diversos artigos desenvolvidos que buscam obter aumento de faixas operacionais de frequência das ferramentas piezoelétricas para que possam ser utilizados com maior eficiência e custo-benefício na natureza, contribuindo assim, com mais uma fonte de energia limpa e inesgotável que são os infinitos sistemas de vibração presentes em nosso cotidiano.

Portanto, foi realizado a análise do comportamento do sistema de colheita de energia sujeito a impactos entre as duas vigas piezoelétricas em vibração através de diferentes gaps e variações de massa entre as vigas. Conforme demonstrado, através dos estudos numéricos, os impactos mudaram drasticamente a dinâmica do sistema, tornando-o complexo com o surgimento de não-linearidades, resultando em novas faixas de frequência, a maioria em forma de “multi-picos”, que podem ser exploradas em relação ao regime linear dentro do intervalo de frequência de varredura, 100 rad/s a 1000 rad/s.

A potência de saída e a eficiência se mostraram como importantes parâmetros para definir e analisar a capacidade de geração de energia, através disso, devido à dificuldade de análise e detecção das situações que apresentaram melhor comportamento, foi realizado o estudo dos valores médios das eficiências e foi possível constatar que em todos os casos testados através das variações dos gaps e relação entre massas que provocaram os impactos, houve a satisfatória indicação de aumento na eficiência se comparado ao caso linear com destaque para a situação de $\beta = 20$, na viga 1, de maior massa. Ela apresentou um ganho médio efetivo aproximado de 400% na eficiência de geração de energia, em que para variações de massa maiores ou menores que esse valor a eficiência diminuiu. Porém, se faz necessário frisar que esse aumento médio está relacionado a um sistema vibracional em condições idealizadas no projeto, ou seja, aceleração constante e intervalo de frequência específico. Diferente do observado em casos reais, onde a vibração varia tanto em amplitude quanto em frequência, não sendo possível ter controle desses parâmetros.

6.1 TRABALHOS FUTUROS

Devido a notável presença de não-linearidades e a complexidade do sistema obtidos com o impacto entre as vigas, se faz necessário demonstrar esses fenômenos de maneira mais refinada, portanto, para trabalhos futuros recomenda-se a inclusão de ferramentas numéricas de fenômenos não-lineares através de estudos das seções de Poincaré e análise dos expoentes de Lyapunov para detectar com maior precisão se o sistema é harmônico ou caótico nos espaços de fase apresentados, com possível aprofundamento na análise das situações de caos. Além disto, ensaios experimentais podem ser conduzidos para realização de correlação numérico experimental.

Para se ter estimativas de ganho efetivo mais condizentes com a realidade se faz necessário simular o sistema excitações randômicas, por exemplo, tanto na amplitude de aceleração quanto na frequência.

Capítulo 7

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AI, et al. Piezoelectric Vibration-Based Energy Harvesting Enhancement Exploiting Nonsmoothness. **Actuators**, v. 25, n. 8, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/act8010025>>.

AI, R. D. A. **Análise numérico-experimental de um sistema não suave para geração de energia elétrica utilizando material piezoelétrico**. CEFET/RJ. Rio de Janeiro, p. 73. 2018.

DU TOIT, E. **Modeling and Design of a MEMS Piezoelectric Vibration Energy Harvester**. MIT. [S.l.], p. 237. 2005.

ERTURK, A.; HOFFMAN, J.; INMAN, D. J. A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting. **Applied Physics Letters**, v. 94, p. 254102, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.3595278>>.

ERTURK, A.; INMAN, D. J. Broadband Piezoelectric Power Generation on High-energy Orbits of the Bistable Duffing Oscillator with Electromechanical Coupling. **Journal of Sound and Vibration**, v. 10, n. 330, p. 2339-2353, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.11.018>>.

ERTURK, A.; INMAN, D. J. **Piezoelectric Energy Harvesting**. Southern Gate, Chichester: John Wiley and Sons, Inc., 2011.

FERRARI, M. et al. Improved energy harvesting from wideband vibrations by nonlinear piezoelectric converters. **Sensors and Actuators A: Physical**, v. 162, p. 425-431, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.sna.2010.05.022>>.

HARB, A. Energy harvesting: State-of-the-art. **Renewable Energy**, v. 36, n. 10, p. 2641-2654, 2011.

HOLMES, P. A nonlinear oscillator with a strange attractor. **Philosophical transactions of the Royal Society A**, v. 292, p. 419-449, 1979.

HOU, C. et al. Design and Modeling of a Magnetic-Coupling Monostable Piezoelectric Energy Harvester Under Vortex-Induced Vibration. **IEEE Access**, v. 8, p. 108913-108927, 2020.

INMAN, D. J.; PRIYA, S. **Energy harvesting technologies**. Virginia Tech Center for Intelligent Material Systems and Structures. Virginia. 2009.

KIM, I.-H. et al. Broadband energy-harvesting using a two degree-of-freedom vibrating body. **Applied Physics Letters**, n. 98 (21), p. 214102, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.3595278>>.

KIM, M. et al. Modeling and experimental verification of proof mass effects on vibration energy harvester performance. **Smart Materials and Structures**, v. v.19, 2010.

LEO, D. J. **Engineering Analysis of Smart Material Systems**. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2007.

PRIYA, S.; INMAN, J. **Energy Harvesting Technologies**. New York: Springer, 2009.

SAVI, M.; OLIVEIRA, S. D. A. Os Materiais Inteligentes e suas Aplicações. **Revista Marítima Brasileira**, v. 133, p. 39-56, 2013.

SHAHRUZ, S. Design of mechanical band-pass filters for energy scavenging. **Journal of Sound and Vibration**, v. 292(3), p. 987-998, 2006.

SHEN, D. et al. Micromachined PZT cantilever based on SOI structure for low frequency vibration energy harvesting. **Sensors and Actuators**, v. 154, p. 103-108, 2009.

SILVA, L. L. et al. On the Nonlinear Behavior of the Piezoelectric Coupling on Vibration-Based Energy Harvesters. **Shock and Vibration**, v. 2015, p. 15 paginas, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1155/2015/739381>>.

SIQUEIRA, I. C. D. S. D. et al. MATERIAIS PIEZELÉTRICOS: UMA ANÁLISE DE SEU POTENCIAL COMO ENERGY HARVESTING. **ABM week**, n. 4^a, 2018.

SODANO, H. A.; INMAN, D. J.; PARK, G. A Review of Power Harvesting from Vibration using piezoelectric materials. **The Shock and Vibration Digest**, v. 36, p. 197-205, 2004.

SOLIMAN, M. S. M. et al. A Wideband Vibration-Based Energy Harvester. **Journal of Micromechanics and Microengineering**, v. 18, 2008.

SU, W.-J. Impact-driven broadband piezoelectric energy harvesting using a twodegrees-. **Microsystem Technologies**, v. 26, p. 1915-1924, 2020.

SU, W.-J.; ZU, J. Modeling of V-shaped beam-mass piezoelectric energy harvester: impact of the angle between the beams. **Proceedings of the ASME 2012 international mechanical engineering congress & exposition**, Houston, November 2012. 9-15.

SU, W.-J.; ZU, J.; ZHU, Y. Design and development of a broadband magnet-induced dual-cantilever piezoelectric energy harvester. **Journal of Intelligent Material Systems**, v. 25(4), p. 430-442, 2014.

TAN, T.; YAN, Z. Optimization study on inductive-resistive circuit for broadband piezoelectric energy harvesters. **Mathematical Physics Collection** , p. 035318/1-8 , 2017.

VIJAYAN, K. et al. Non-linear energy harvesting from coupled impacting beams. **International Journal of Mechanical Sciences**, 2015. 101-109.

WILLIAMS, C. B.; YATES, R. B. Analysis of a micro-electric generator for microsystems. **Sensors and Actuators**, n. A 52, p. 8-11, 1996.

YU, J. Review of nonlinear vibration energy harvesting: Duffing, bistability, parametric, stochastic and others. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 31(7), p. 921-944, 2020.

ZHANG, H.; CORR, L. R.; MA, T. Issues in Vibration Energy Harvesting. **Elsevier**, v. 421, p. 79-90, 2018. Disponivel em: <<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.01.057>>.