

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO
SUCKOW DA FONSECA – CEFET/RJ**

Mário Luiz Caminada

Rodrigo Luiz Rocha de Freitas

**ANÁLISE DA PRESSÃO DE CONTATO EM AJUSTE POR
INTERFERÊNCIA ATRAVÉS DE MODELOS ANALÍTICOS E DO
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

Rio de Janeiro

Outubro de 2021

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA
CELSO SUCKOW DA FONSECA – CEFET/RJ**

**ANÁLISE DA PRESSÃO DE CONTATO EM AJUSTE POR
INTERFERÊNCIA ATRAVÉS DE MODELOS ANALÍTICOS E DO
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

Projeto final apresentado em cumprimento às normas do Departamento de Educação Superior do CEFET/RJ, como parte dos requisitos de avaliação na disciplina de Projeto Final.

Mário Luiz Caminada – 1529172GMEC

Rodrigo Luiz Rocha de Freitas – 1528873GMEC

Prof Orientador.: Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco

Rio de Janeiro

Outubro de 2021

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

C183 Caminada, Mário Luiz

Análise da pressão de contato em ajuste por interferência através de modelos analíticos e do método de elementos finitos / Mário Luiz Caminada [e] Rodrigo Luiz Rocha de Freitas – 2021. 81f.: il. color., enc.

Projeto Final (Graduação) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2021.

Bibliografia: f. 80-81

Orientador: Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco

1. Engenharia mecânica. 2. Ajuste por interferência. 3. Pressão de contato. 4. Método dos elementos finitos – Modelos matemáticos. I. Pacheco, Pedro Manuel Calas Lopes (Orient.). II. Freitas, Rodrigo Luiz Rocha de. III. Título.

CDD 620.1

AGRADECIMENTOS

Agradecemos às nossas famílias, por todo esforço, apoio e dedicação destinados as nossas educações;

Ao CEFET/RJ, corpo docente e funcionários, que nos acolheram em 2015 e auxiliaram a nossa graduação;

As nossas respectivas namoradas, por todo suporte mental e emocional durante a confecção deste trabalho de conclusão de curso;

Aos nossos colegas de classe, pela amizade, companheirismo e irmandade durante a caminhada pela graduação;

Agradeço ao nosso orientador Prof. Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco (D.Sc), pela confiança e orientação durante o projeto de conclusão de curso.

RESUMO

Este estudo tem como objetivo a elaboração de um modelo analítico simplificado de um ajuste por interferência, para fornecer um método prático para calcular a pressão de contato entre cilindros. O modelo analítico desenvolvido considera a união mecânica por interferência em cilindros de paredes finas. Primeiramente neste estudo realizou-se a simplificação de um modelo matemático para uma dimensão considerando os componentes macho e fêmea como molas lineares. Este modelo é então validado através da comparação com outros modelos analíticos e soluções propostas por outros autores, além dos resultados obtidos pelo modelo numérico através da análise de elementos finitos. Finalmente, utiliza-se o modelo analítico desenvolvido para avaliar a pressão de contato em duas aplicações: a transmissão de torque entre eixo e cubo e a união de tubulações utilizando luva por interferência.

Palavras-chave: Ajuste por interferência. Pressão de contato. Interferência. Modelo Analítico. Elementos Finitos.

ABSTRACT

This study aims to elaborate a simplified analytical model of an interference fit, to provide a practical method of calculating the contact pressure between cylinders. The developed analytical model considers the mechanical union by interference in thin-walled cylinders. Firstly, in this study, the simplification of a mathematical model for one dimension considering the male and female components as linear springs is carried out. This model is then validated through comparison with other analytical models and solutions proposed by other authors, in addition to the results obtained by the numerical model through finite element analysis. Finally, the analytical model developed is used to evaluate the contact pressure in two applications: the transmission of torque between shaft and hub and a pipe union using an interference sleeve.

Keywords: Interference-fit. Contact pressure. Interference. Analytical Model. Finite elements.

LISTA DE SÍMBOLOS

α_i	Coeficiente de dilatação do componente interno
α_0	Coeficiente de dilatação do componente externo
ΔT	Variação de temperatura
ΔR	Deslocamento radial
δ	Interferência
δ_d	Interferência diametral
δ_r	Interferência radial
δ_0	Interferência inicial
δ_T	Mudança de interferência de acordo a variação de temperatura
μ	Coeficiente de atrito
σ_c	Tensão circunferencial
σ_l	Tensão longitudinal
σ_1	Tensão máxima principal
σ_2	Tensão média principal
σ_3	Tensão mínima principal
σ^{eq}	Tensão equivalente
τ_{xy}	Tensão de cisalhamento
ϑ	Coeficiente de Poisson
D	Diâmetro na interferência após o acoplamento
$D_{i,e}$	Diâmetro interno do cilindro externo
D_c	Diâmetro dos cilindros
D_e	Diâmetro externo do cilindro externo
D_o	Diâmetro externo do cilindro externo
D_i	Diâmetro interno do cilindro interno
E	Módulo de elasticidade
F	Força
i	Interferência radial
J	Momento polar de inércia
k	Rigidez
k_{eq}	Rigidez equivalente dos componentes cilíndricos
k_e	Rigidez do cilindro externo

k_i	Rigidez do cilindro interno
k_{eixo}	Rigidez do eixo
k_{cubo}	Rigidez do cubo
k_{luva}	Rigidez da luva
K_{tubo}	Rigidez do tubo
L	Comprimento linear da mola
L_{total}	Comprimento total do modelo
L_0^E	Comprimento inicial da mola externa
L_0^I	Comprimento inicial da mola interna
L_f^E	Comprimento final da mola externa
L_f^I	Comprimento final da mola interna
r_e	Raio externo do cilindro externo
r_i	Raio interno do cilindro interno
S_y	Tensão admissível
p	Pressão de contato
q	Força por unidade de área
t	Espessura do cilindro
T	Torque
u	Deslocamento radial
u_E	Deslocamento radial da mola externa
u_I	Deslocamento radial da mola interna

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ajuste por interferência entre cubo e eixo. Fonte: NORTON, 2013	13
Figura 2 - Encaixe por ajuste de pressão de uma camisa de cilindro em um bloco de motor Fonte: Metalúrgica Riosulense.....	16
Figura 3 - Engrenagem sendo aquecida por indução. Fonte: Ambrell Corporation.....	18
Figura 4 - Engrenagem posicionada sob o eixo. Fonte: Ambrell Corporation.	18
Figura 5 - Configuração inicial da instalação da luva. Fonte: Os Autores	19
Figura 6 - Luva fabricada com memória de forma com seu diâmetro aumentado. Fonte: Os Autores.....	20
Figura 7 - Luva fabricada com liga de memória de forma instalada. Fonte: Os Autores.....	20
Figura 8 - Configuração inicial da LUVA COM EFEITO MEMÓRIA DE FORMA MODIFICADO PARA A UNIÃO DE TUBULAÇÕES. Fonte: MELO et al., 2013	21
Figura 9 - LUVA COM EFEITO MEMÓRIA DE FORMA MODIFICADO PARA A UNIÃO DE TUBULAÇÕES com diâmetro aumentado. Fonte: MELO et al., 2013....	21
Figura 10 - Instalação da LUVA COM EFEITO MEMÓRIA DE FORMA MODIFICADO PARA A UNIÃO DE TUBULAÇÕES. Fonte: MELO et al., 2013	21
Figura 11 - Junta de redução de diâmetro fabricada com Liga de Memória de Forma. Fonte: Ochoński, 2010	22
Figura 12 - Esquema da instalação da luva. Fonte: Os Autores	24
Figura 13 - Primeiro Modelo Analítico Simplificado. Fonte: Os Autores	24
Figura 14 - Vista longitudinal do encaixe por pressão usado para conectar dois tubos. Fonte: CAMPOS e HALL, 2019	29

Figura 15 - Modelo de ajuste por contração. Fonte: BENHAM et al.,1996....	32
Figura 16 - (a) Peças não montadas (b) após a montagem. Fonte:	35
Figura 17 - Pressão de contato em função da razão D/t para o modelo analítico proposto e o modelo de Campos e Hall (2019). Fonte: Os Autores	37
Figura 18 - Diferença entre as estimativas para a pressão de contato obtidas com o modelo analítico proposto e o modelo de Campos e Hall (2019). Fonte: Os Autores.....	38
Figura 19 - Diferença entre as estimativas para a pressão de contato obtidas com o modelo analítico proposto e a equação de Pedersen (2005). Fonte: Os Autores	39
Figura 20 - Pressão de contato em função da razão D/t para o modelo analítico proposto e o modelo de Zhou (2016). Fonte: Os Autores	40
Figura 21 - Diferença entre as estimativas para a pressão de contato obtidas com o modelo analítico proposto e o modelo de Zhou (2016). Fonte: Os Autores...	40
Figura 22 - Pressão de contato em função da razão D/t para o modelo analítico proposto e o modelo de Shigley (2016). Fonte: Os Autores	41
Figura 23 - Diferença entre as estimativas para a pressão de contato obtidas com o modelo analítico proposto e o modelo de Shigley (2016). Fonte: Os Autores	42
Figura 24 - Valores de pressão de contato encontrados pelo modelo analítico proposto e o modelo de Campos e Hall (2019) para uma relação D/t = 10. Fonte: Os Autores.....	43
Figura 25 - Valores de pressão de contato encontrados pelo modelo analítico proposto e o modelo de Campos e Hall (2019) para uma relação D/t = 20. Fonte: Os Autores.....	43
Figura 26 - Valores de pressão de contato encontrados pelo modelo analítico proposto e o modelo de Campos e Hall (2019) para uma relação D/t = 30. Fonte: Os Autores.....	44
Figura 27 - Valores de pressão de contato encontrados pelo modelo analítico proposto e o modelo de Campos e Hall (2019) para uma relação D/t = 40. Fonte: Os Autores.....	44
Figura 28 - Simetria no plano ZX. Fonte: Os Autores.....	47
Figura 29 - Simetria no plano YZ. Fonte: Os Autores.....	47

Figura 30 - Geometria do modelo numérico (vista isométrica). Fonte: Os Autores.....	48
Figura 31 - Geometria do modelo numérico (vista frontal). Fonte: Os Autores	48
Figura 32 - Interfaces de contato. Fonte: Os Autores	50
Figura 33 - Configurações de contato. Fonte: Os Autores	51
Figura 34 - Restrição na face inferior. Fonte: Os Autores	52
Figura 35 - Restrição nas faces inferiores. Fonte: Os Autores.....	52
Figura 36 - Restrição na face traseira. Fonte: Os Autores	53
Figura 37 - Gráfico da análise de convergência. Fonte: Os Autores.....	54
Figura 38 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanhos de 50mm. Fonte: Os Autores.....	55
Figura 39 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanhos de 40mm. Fonte: Os Autores.....	56
Figura 40 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanhos de 30mm. Fonte: Os Autores.....	56
Figura 41 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanhos de 20mm. Fonte: Os Autores.....	57
Figura 42 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanho 10mm. Fonte: Os Autores.....	57
Figura 43 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanho 5mm. Fonte: Os Autores	58
Figura 44 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanho 3mm. Fonte: Os Autores	58
Figura 45 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanho 2,5mm. Fonte: Os Autores.....	59
Figura 46 - Status de contato entre os cilindros. Fonte: Os Autores	60
Figura 47 - Comparação entre o modelo analítico desenvolvido, a equação feita por Campos e Hall (2019) e o modelo numérico. Fonte: Os Autores	63
Figura 48 - (a) Tensão tangencial em cilindros de paredes finas. (b) Tensão circunferencial em cilindro de paredes finas. Fonte: Budynas e Nisbett, 2016.....	65
Figura 49 - Estado de tensão do cilindro externo. Fonte: Os Autores	66
Figura 50 - Tensão equivalente de von Mises para o cilindro externo. Fonte: Os Autores.	69

Figura 51 - Tensão equivalente de von Mises para o cilindro interno. Fonte: Os Autores.....	69
Figura 52 - Esquema de instalação do pinhão no eixo. Fonte: Os Autores...	71
Figura 53 - Esquema da tubulação de água a ser conectada. Fonte: Os Autores.....	74
Figura 54 - Distribuição de tensões da união dos tubos. Fonte: Os Autores.	76

Sumário

1 INTRODUÇÃO	11
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1 AJUSTE POR PRESSÃO	13
2.1.1. Exemplo de aplicação através de ajuste por pressão de contato	15
2.2. AJUSTE POR REDUÇÃO	16
2.2.1. Exemplo de aplicação através de ajuste por redução	17
2.3. AJUSTE POR INTERFERÊNCIA UTILIZANDO LIGAS DE MEMÓRIA DE FORMA	18
2.3.1. Exemplo 1 de aplicação através de ajuste por interferência de uma luva com efeito de memória de forma	20
2.3.2. Exemplo 2 de aplicação através de ajuste por interferência de uma luva com efeito de memória de forma	22
3 MODELOS ANALÍTICOS	23
3.1. MODELO ANALÍTICO SIMPLIFICADO BASEADO NA RIGIDEZ RADIAL	23
3.2. EQUAÇÃO DE PRESSÃO DE CONTATO SIMPLIFICADA POR CAMPOS E HALL	29
3.3. EQUAÇÃO DE PRESSÃO RADIAL PARA AJUSTE POR INTERFERÊNCIA POR PEDERSEN	31
3.4. SOLUÇÃO ANALÍTICA DE CILINDROS POR PAREDE ESPESSE DE QUI E ZHOU	33
3.5. AJUSTE DE PRESSÃO DE ACORDO COM BUDYNAS e NISBETT ..	35
3.6. COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS	36

3.6.1. Comparação entre o modelo analítico e o modelo de Campos e Hall	37
3.6.2. Comparação entre o modelo analítico e o modelo de Pedersen.....	38
3.6.3. Comparação entre o modelo analítico e o modelo de Qiu e Zhou	39
3.6.4. Comparação entre o modelo analítico e a equação de Shigley	41
3.6.5. Influência dos parâmetros na pressão de contato dos modelos	42
4 MODELO NUMÉRICO	46
4.1. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....	46
4.2. ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA	53
5 DISCUSSÃO DE RESULTADOS	61
5.1. PRESSÃO DE CONTATO	61
5.2. ESTADOS DE TENSÃO	64
5.3. CRITÉRIOS DE RESISTÊNCIA	66
6 PROJETO PARA A INTERFERÊNCIA ADEQUADA	70
6.1. CAPACIDADE DE TORQUE EM AJUSTES POR INTERFERÊNCIA..	70
6.2. CAPACIDADE DE PRESSÃO EM JUNTAS POR INTERFERÊNCIA..	73
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	78
8 REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....	80

1 INTRODUÇÃO

As uniões mecânicas são de interesse para a engenharia, pois elas possibilitam a montagem de diversas estruturas e equipamentos que são utilizados dentro e fora das indústrias. No campo da engenharia mecânica se faz necessário avaliar os fenômenos físicos que atuam sobre estes componentes durante o seu uso, para que, assim, possam ser corretamente dimensionados e não venham a comprometer o equipamento em que estão instalados.

Um tipo de união mecânica que é vastamente utilizada em diferentes estruturas e equipamentos é a união por interferência, aplicada, por exemplo, na união entre engrenagens e eixos, união de tubos por meio de luvas, união de buchas e rolamentos. Esta conexão pode ocorrer de duas formas distintas: união por pressão, forçando os dois componentes entre si, e montagem por aquecimento, onde um elemento é aquecido para que a sua dilatação térmica gere uma folga entre os componentes, a qual é preenchida após a contração térmica consequente do resfriamento. De forma similar, também é possível resfriar uma das peças.

O processo de soldagem é uma metodologia de união bastante utilizada para união de tubulações em diversas indústrias, como a química, petroquímica e agroindústria. No entanto, este processo de união pode afetar a integridade estrutural da junta, uma vez que promove tensões residuais e a alteração da microestrutura. Estes efeitos podem contribuir para o surgimento de trincas próximas ao cordão de solda, comprometendo a integridade da junta.

Uma alternativa proposta ao processo de soldagem para união de tubulações é o uso de união mecânica através de luvas por interferência, que funciona através de uma deformação plástica da luva em contato com o tubo, forçando este a se deformar de maneira elástica. Após finalizado o processo de compressão da luva, o tubo irá retornar à sua forma original, porém será limitado pela luva que foi deformada plasticamente. O resultado é uma pressão de contato que une os elementos e uma tensão residual nos mesmos, advinda da deformação plástica.

O presente estudo tem como objetivo avaliar a pressão de contato entre os componentes de uma união por interferência utilizando dois modelos analíticos e um modelo numérico baseado no método de elementos finitos. São avaliadas as tensões desenvolvidas na instalação e a viabilidade de sua aplicação com base em critérios como resistência mecânica da conexão.

Este trabalho está dividido em oito capítulos, sendo este o primeiro, composto por uma breve descrição do assunto, a motivação, e os principais objetivos.

O capítulo dois aborda a revisão bibliográfica e é subdividido em três subcapítulos: o primeiro irá discorrer sobre o princípio de funcionamento das uniões por ajuste de pressão com exemplos de aplicação. Já o segundo subcapítulo abordará a montagem por aquecimento, seus princípios e alguns exemplos. Por fim, a terceira seção do capítulo aborda o princípio de funcionamento de uma luva de união por interferência fabricada com liga de memória de forma, e algumas aplicações práticas deste material.

No capítulo três são tratadas as soluções analíticas, onde são expostos modelos matemáticos analíticos para a representação de pressões de contato desenvolvidas através de uniões por interferência. No quarto capítulo é apresentado um modelo numérico baseado no método de elementos finitos e implantado no pacote comercial ANSYS.

O capítulo cinco apresenta os resultados obtidos pela simulação numérica, são comparados com os resultados obtidos através dos dois modelos analíticos. Ainda, no quinto capítulo são apresentados os critérios de falha e resistência mecânica utilizados para o dimensionamento dos ajustes por interferência.

No sexto capítulo será apresentado um exemplo da aplicação da equação de pressão de contato. Neste exemplo será dimensionada a interferência entre um eixo e um cubo (pinhão) que deverá transmitir um torque através da união mecânica. E por fim, o capítulo sete irá abordar as considerações finais do trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 AJUSTE POR PRESSÃO

Ajuste por pressão é um tipo de ajuste de interferência e um processo de união mecânica, cuja eficiência depende do atrito. O ajuste por pressão pode ser aplicado em diferentes geometrias, porém ele é usualmente utilizado com acoplamentos cilíndricos, ou seja, um componente interno e um componente externo.

Um meio comum de acoplamento de um cubo a um eixo é usar um ajuste por interferência. Um ajuste por pressão é obtido fazendo um buraco no cubo para um diâmetro ligeiramente menor que aquele do eixo (Norton, 2013), conforme Figura 1.

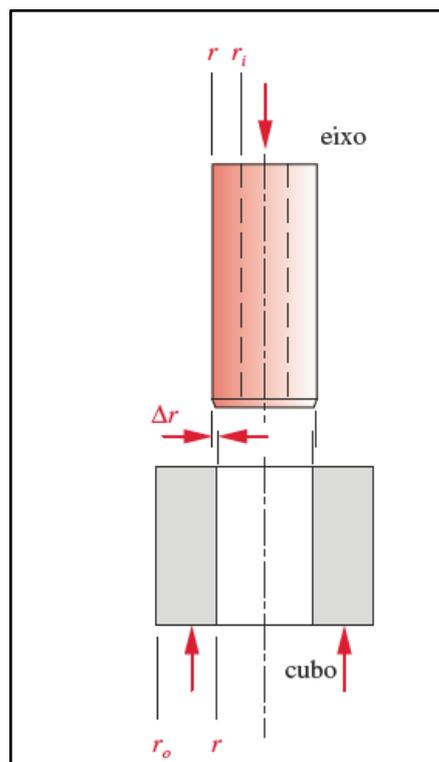


Figura 1 - Ajuste por interferência entre cubo e eixo. **Fonte:** NORTON, 2013

O processo de encaixe constitui-se em inserir axialmente o componente interno na contraparte externa, e, a depender da aplicação, o elemento interno poderá ser sólido ou oco. O diâmetro externo do macho é ligeiramente maior do que o diâmetro

interno da fêmea, e a pequena diferença entre os diâmetros é chamada de interferência.

Um ajuste por interferência cria o mesmo estado de tensão no eixo que uma pressão uniforme externa criaria na superfície. O cubo experimenta as mesmas tensões que um cilindro de parede fina sujeito à pressão interna (Norton, 2013).

De acordo com Buydnas e Nisbett (2016), as tensões que surgem devido a um ajuste por interferência podem ser obtidas tratando o eixo como um cilindro com pressão externa uniforme e o cubo como um cilindro vazado com pressão interna uniforme.

De acordo com Campos e Hall (2019), interferência é a característica geométrica mais importante do encaixe de dois componentes através do ajuste por pressão, uma vez que ela regula a resistência da junta em conjunto com o atrito.

Portanto, à medida que aumenta a interferência, mais difícil será acoplar os componentes, resultando em uma junta mais forte. Entretanto, interferências muito grandes podem afetar a integridade em função das elevadas tensões residuais resultantes. Por outro lado, à medida que a interferência é reduzida, os componentes interno e externo acabam deslizando um pelo outro com um esforço mínimo, fazendo com que a junta perca a sua função. Dessa forma, a determinação da pressão de contato é um parâmetro fundamental para a obtenção de juntas por interferência eficientes e sem problemas de integridade.

Segundo Campos e Hall (2019) ocorrem alterações e deformações na forma dos elementos de encaixe por pressão quando unidos. Os autores descrevem que esta mudança na forma ou distorção é causada pelo forçamento do componente interno ao componente externo devido à interferência, pois uma vez que o macho e fêmea não estão em sua forma original, ambos os componentes começam a armazenar energia de deformação e a pressão de contato na superfície desenvolve-se à medida que os elementos são montados.

Uma das características mais atraentes do ajuste por pressão é que este método não requer nenhum agente de ligação, como por exemplo, soldagem. Campo (2006) descreve o processo de união por encaixe por pressão como um método que não necessita de um processo de soldagem, ou qualquer outro elemento para união, como adesivos. Aplicado de forma correta, este procedimento de montagem por ajuste por pressão produz juntas montadas que podem ser reparadas com boa resistência e baixo custo.

O ajuste por pressão possui uma variedade de aplicações na sociedade, como por exemplo, rolamentos, conexões de tubulações, transferidores de torque, camisas de cilindros, em peças automotivas, implantes médicos e em outras aplicações mecânicas que abordam outros setores.

2.1.1. Exemplo de aplicação através de ajuste por pressão de contato

Uma aplicação bastante conhecida em relação a montagem através de ajuste por pressão de contato é a inserção de camisas de cilindro em blocos de motores.

As camisas de cilindro são um revestimento no bloco do motor para que o pistão não desgaste durante o seu trabalho. No processo de fixação, as conhecidas camisas secas possuem um diâmetro ligeiramente maior do que o diâmetro do bloco do motor, onde serão inseridas. A camisa de cilindro é inserida através do processo de embutimento com o auxílio de uma prensa hidráulica para poder manter a pressão constante e não danificar a camisa de cilindro e nem o bloco de motor.



Figura 2 - Encaixe por ajuste de pressão de uma camisa de cilindro em um bloco de motor
Fonte: Metalúrgica Riosulense

2.2. AJUSTE POR REDUÇÃO

O ajuste por redução, ou também chamado de ajuste por contração, é um tipo de ajuste por interferência, o qual é obtido através de uma mudança de tamanho relativo após a sua montagem. O processo ocorre quando os componentes em questão são aquecidos ou resfriados antes da montagem, permitindo que retornem à temperatura ambiente após o encaixe, empregando o fenômeno de dilatação térmica.

De acordo com Norton (2013), peças grandes podem receber um ajuste por encolhimento, aquecendo-se o cubo para expandir seu diâmetro interno ou resfriando-se o eixo para reduzir seu diâmetro. Norton (2013) conclui que os componentes quentes e frios podem ser escorregados juntos com uma pequena força axial, e quando eles entram em equilíbrio térmico com o ambiente, suas variações dimensionais vão criar uma interferência desejada.

Zhou (2016) descreve em seu artigo a relação entre interferência e temperatura. Para o autor, o ajuste de interferência funciona adequadamente dentro de uma faixa de temperatura, uma vez que a pressão de contato muda quando a temperatura se altera. Dessa forma, sempre se deve ter em vista o efeito de temperatura de operação ao projetar um sistema de tolerância.

Suponha que a interferência da superfície de contato seja δ_0 , e a temperatura de trabalho ΔT seja mais alta do que a temperatura de projeto. Se o coeficiente de dilatação linear da parede interna do cilindro for maior do que o da parede externa do cilindro, a interferência aumenta, caso contrário, a interferência diminui. A relação entre a interferência e o aumento da temperatura é dada por:

$$\delta = \delta_0 + \delta_T = \delta_0 + (\alpha_i + \alpha_o).R.\Delta T \quad (1)$$

onde δ_T é a mudança de interferência resultante da variação de temperatura; α_i e α_o representam os coeficientes de dilatação dos componentes interno e externo, respectivamente; e R é o raio na superfície de contato.

Buydnas e Nisbett (2016) citam que a diferença de temperatura vai originar uma dilatação/contração térmica que embora não seja exatamente uma relação linear, pode-se assumir como linear para diferenças de temperatura inferiores a 200 °C.

2.2.1. Exemplo de aplicação através de ajuste por redução

Uma aplicação comum do processo de ajuste por redução é a união de uma engrenagem a um eixo para a transmissão de torque, muito utilizado na indústria automobilística. Nesta prática, o componente externo (engrenagem) é aquecido até uma temperatura determinada de forma a aumentar o seu diâmetro interno e permitir seu encaixe sob o eixo.

Uma forma comum de aquecer os componentes de uma montagem por redução é através da indução. Utilizando um gerador, passa-se uma corrente alternada por uma bobina de cobre (condutor). A passagem da corrente gera um campo magnético no interior da bobina, onde deve ser posicionada a peça de trabalho. O campo eletromagnético gera uma corrente induzida que irá aquecer a peça.

A Figura 3 mostra uma engrenagem sendo aquecida por indução para ter seu diâmetro aumentado. Após aquecimento, a engrenagem é posicionada sob o eixo para realizar o encaixe, conforme a Figura 4.



Figura 3 - Engrenagem sendo aquecida por indução. **Fonte:** *Ambrell Corporation*.



Figura 4 - Engrenagem posicionada sob o eixo. **Fonte:** *Ambrell Corporation*.

2.3. AJUSTE POR INTERFERÊNCIA UTILIZANDO LIGAS DE MEMÓRIA DE FORMA

As luvas de união mecânica com memória de forma utilizam o efeito de memória para poder aplicar uma pressão nas superfícies dos tubos que irá conectar.

As ligas com memória de forma são materiais metálicos que apresentam um comportamento único de recuperar sua forma inicial após um determinado carregamento devido à transformação de fase que, para tais ligas, podem ser

induzidas por temperatura e/ou tensão mecânica. Devido a essa característica singular, as ligas com memória de forma têm sido largamente estudadas e utilizadas na última década.

Segundo Ochoński (2010), uma vantagem da aplicação das luvas com memória de forma é que requerem temperaturas mais baixas para suas instalações, e se forem bem projetadas, as luvas de memória de forma fornecem uma melhor ligação entre tubos em várias aplicações industriais.

O princípio de funcionamento das luvas de união fabricadas com ligas de memória de forma funciona da seguinte maneira: inicialmente, em sua fase parental (austenítica), a luva de união é fabricada com um diâmetro (d_1) menor que os dos tubos a serem conectados (d_2). Para que sua instalação possa ser realizada, a luva é resfriada e trabalhada em sua fase martensítica, de modo a aumentar o tamanho do seu diâmetro. Agora com o diâmetro (d_3) ligeiramente superior aos dos tubos, a luva é posicionada sobre eles para que se dê início ao acoplamento. Com os tubos posicionados, a luva é aquecida e começa a recuperar sua dimensão inicial devido ao efeito de memória de forma. Ao entrar em contato com os tubos, a luva exerce uma pressão radial à junta, unindo as duas partes e garantindo sua estanqueidade. As Figuras 5, 6 e 7 mostram os passos de instalação do modelo de luva de união fabricada com ligas de memória de forma.

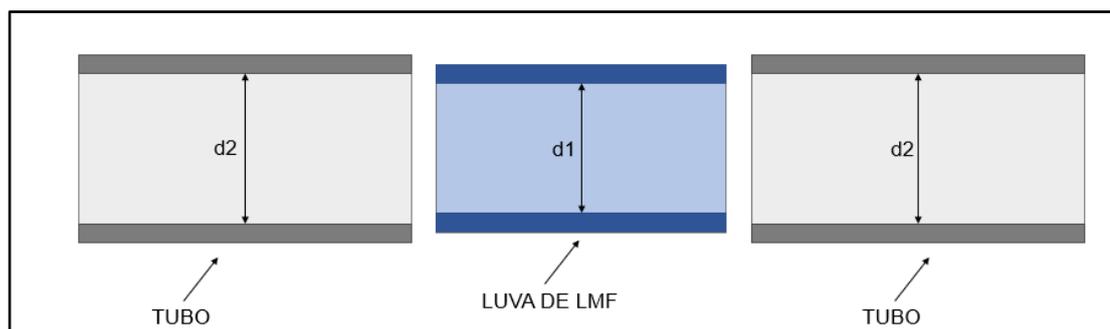


Figura 5 - Configuração inicial da instalação da luva. **Fonte:** Os Autores

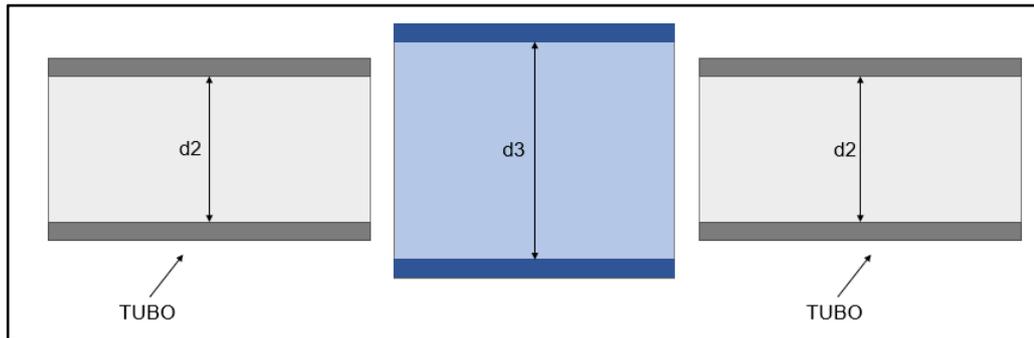


Figura 6 - Luva fabricada com memória de forma com seu diâmetro aumentado. **Fonte:** Os Autores

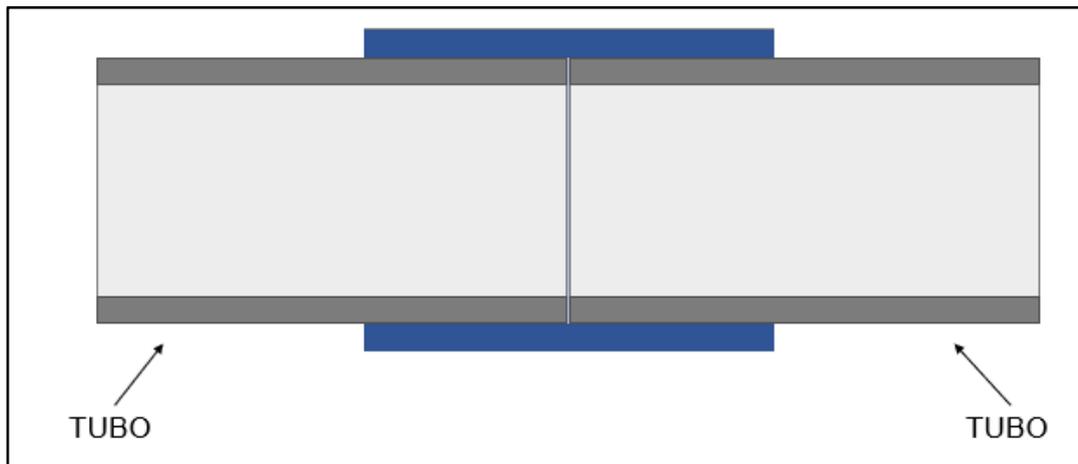


Figura 7 - Luva fabricada com liga de memória de forma instalada. **Fonte:** Os Autores

2.3.1. Exemplo 1 de aplicação através de ajuste por interferência de uma luva com efeito de memória de forma

MELO et al. (2013), recebeu patente para “LUA COM EFEITO MEMÓRIA DE FORMA MODIFICADO PARA A UNIÃO DE TUBULAÇÕES”, onde foi elaborada uma conexão tubular fabricada com ligas de memória de forma. O funcionamento da luva pode ser observado nas Figuras 8, 9 e 10 e ocorre da seguinte maneira: A luva, que inicialmente possui um diâmetro (d_1) menor que o diâmetro dos tubos a serem ligados (d_2), é trabalhada em temperatura ambiente para ter seu diâmetro aumentado. Agora com novas dimensões (d_3) maiores que a dos tubos, a luva é posicionada sobre os tubos e é aquecida. Com o aumento da temperatura a luva inicia o processo de recuperação da sua configuração inicial pelo efeito de memória de forma, fazendo pressão sobre os tubos após o contato com os mesmos e garantindo sua ligação e vedação.

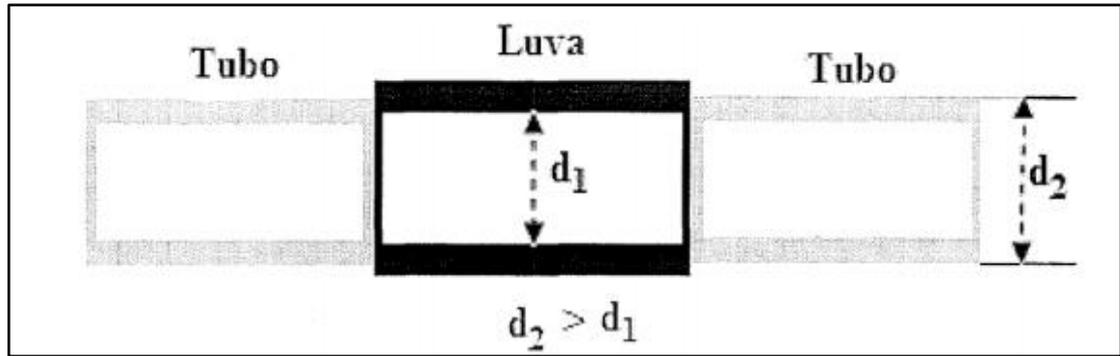


Figura 8 - Configuração inicial da LUVA COM EFEITO MEMÓRIA DE FORMA MODIFICADO PARA A UNIÃO DE TUBULAÇÕES. Fonte: MELO et al., 2013

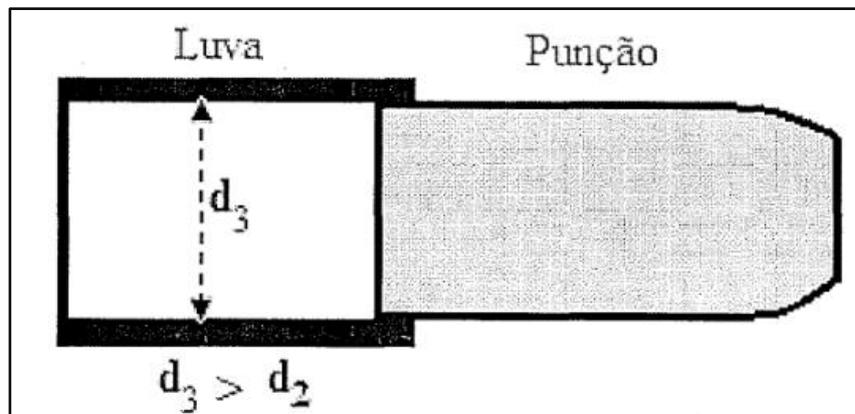


Figura 9 - LUVA COM EFEITO MEMÓRIA DE FORMA MODIFICADO PARA A UNIÃO DE TUBULAÇÕES com diâmetro aumentado. Fonte: MELO et al., 2013

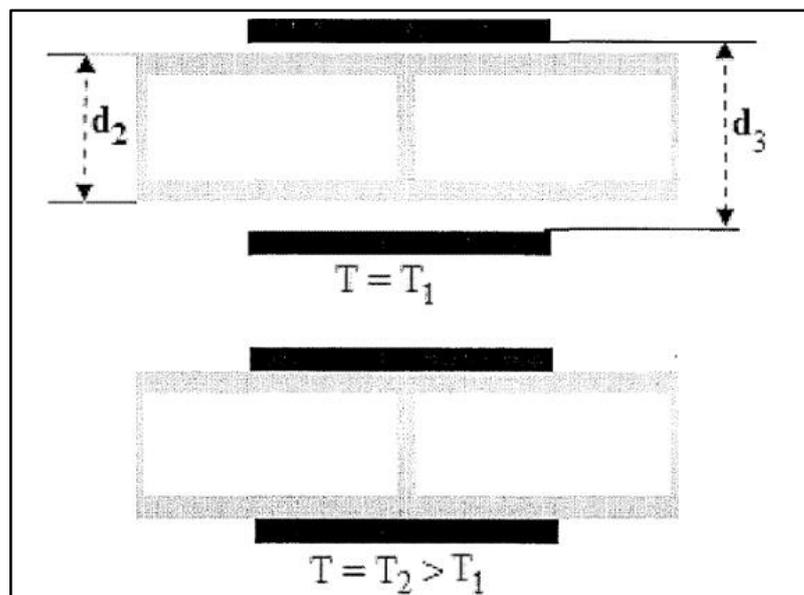


Figura 10 - Instalação da LUVA COM EFEITO MEMÓRIA DE FORMA MODIFICADO PARA A UNIÃO DE TUBULAÇÕES. Fonte: MELO et al., 2013

2.3.2. Exemplo 2 de aplicação através de ajuste por interferência de uma luva com efeito de memória de forma

Outra aplicação apresentada por Ochoński (2010) é a utilização de luvas de memória de forma envolvendo uma camisa dentada sob os tubos e a junta de redução de diâmetro serem conectados, ilustrada na Figura 11. Esta aplicação foi desenvolvida e patenteada por Horikawa et al., (1994). A ligação também ocorre por meio da redução de diâmetro da luva de liga de memória de forma (itens 6 e 7) sob uma camisa (itens 4 e 5) que envolve a junta (item 3) e o tubo (itens 1 e 2) a serem conectados.

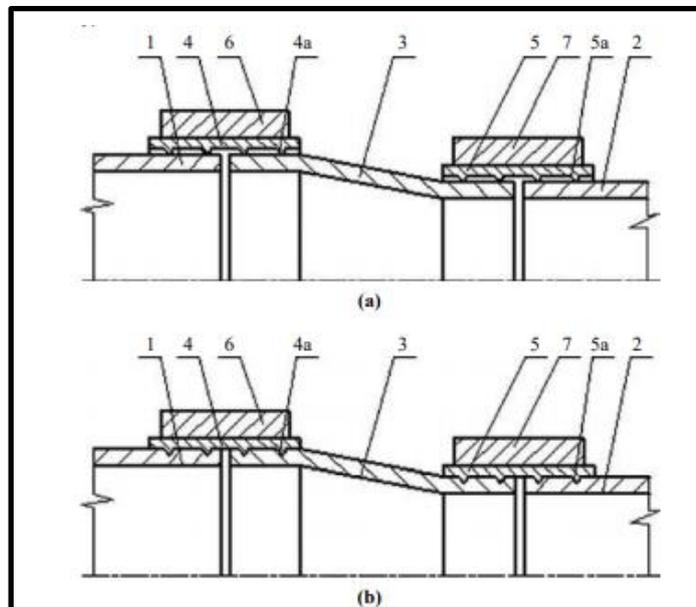


Figura 11 - Junta de redução de diâmetro fabricada com Liga de Memória de Forma. **Fonte:** Ochoński, 2010

3 MODELOS ANALÍTICOS

Neste capítulo são apresentados cinco modelos analíticos que permitem estimar a pressão de contato entre os elementos de uma união mecânica por interferência.

O primeiro modelo consiste em modelo simplificado proposto que considera a rigidez radial dos dois tubos a serem acoplados. Além deste modelo proposto, são apresentadas mais quatro soluções analíticas que determinam a pressão de contato desenvolvida entre componentes cilíndricos de mesmo material. As equações pertencentes a Campos (2019), Pedersen (2005), Zhou (2016) e Budynas e Nisbett (2016) permitem avaliar os valores de pressão encontrados para diferentes geometrias. Os valores de pressão de contato estimadas pelos quatro modelos são comparados e são destacadas as principais características de cada modelo.

3.1. MODELO ANALÍTICO SIMPLIFICADO BASEADO NA RIGIDEZ RADIAL

Foi desenvolvido um modelo matemático simplificado que permitem estimar os valores das forças desenvolvidas e compará-los com outros modelos analíticos e um numérico, que será elaborado no software comercial de elementos finitos, o ANSYS.

No modelo matemático desenvolvido foi realizada uma simplificação para uma dimensão considerando os elementos estruturais interno (macho) e externo (fêmea) como molas lineares em série, tendo como parâmetros a seus valores de rigidez radial. Um esquema da instalação e o modelo estrutural simplificado podem ser observados nas Figuras 12 e 13, respectivamente. Para o estudo foi considerado que ambos os elementos são fabricados pelo mesmo material. Dessa forma, possuem características metalmecânicas idênticas (módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, coeficiente de dilatação térmica, limite de resistência etc.). Ademais, tanto o componente interior quanto o exterior possuem uma geometria cilíndrica de mesma espessura.

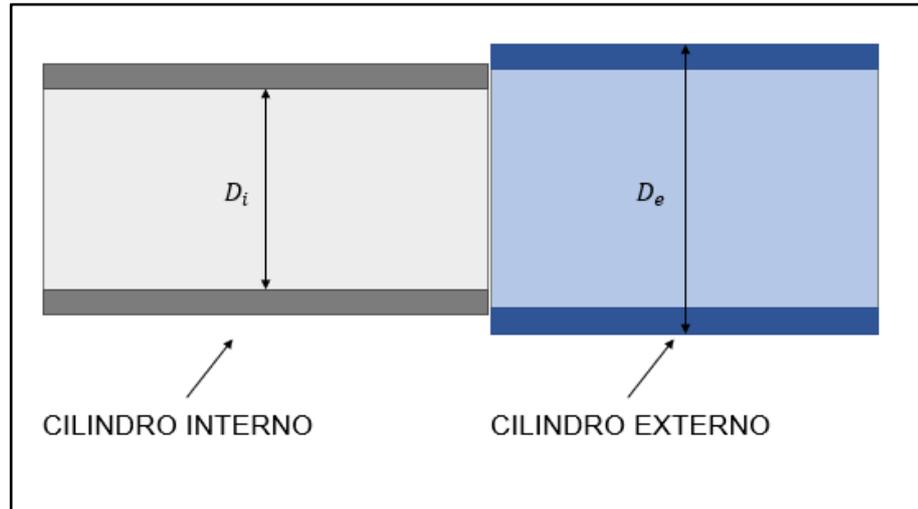


Figura 12 - Esquema da instalação da luva. **Fonte:** Os Autores

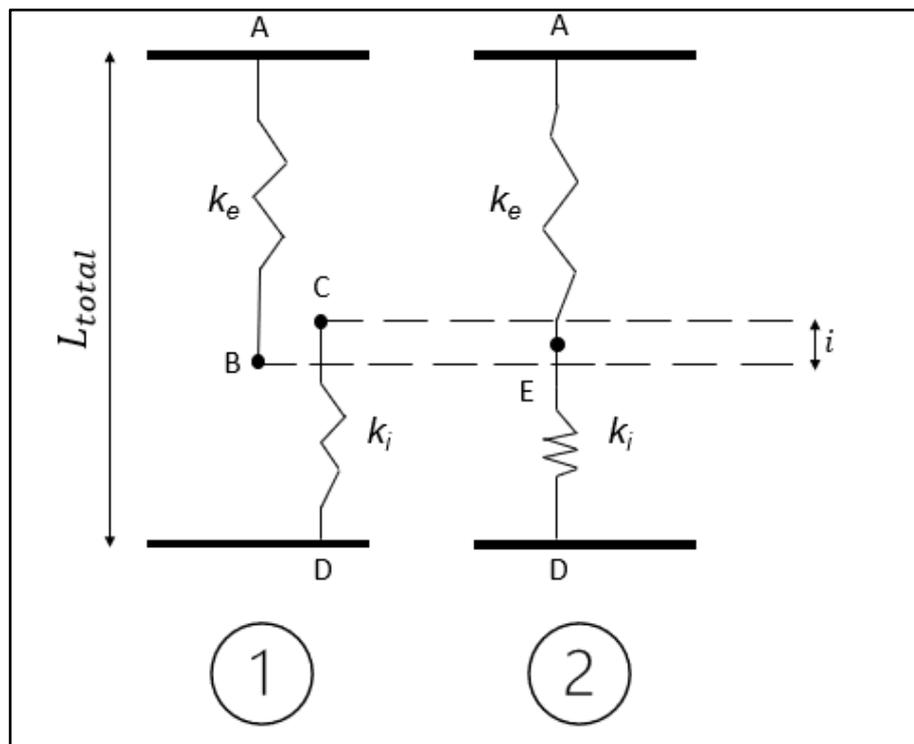


Figura 13 - Primeiro Modelo Analítico Simplificado. **Fonte:** Os Autores

Observa-se na Figura 13 a representação do posicionamento dos cilindros como molas, antes de sua instalação. Nessa configuração, é possível evidenciar uma interferência radial i entre os raios internos da fêmea e externo do macho. No modelo analítico desenvolvido, esta etapa é representada pelo esquema 1 na Figura 13, onde a rigidez radial da fêmea é representada como uma mola linear, que possui uma rigidez k_e e de comprimento L_{AB} , o qual representa a espessura do cilindro externo.

De forma análoga, a rigidez radial do macho é também representada por uma mola linear com rigidez k_i e de comprimento L_{CD} , o qual representa a espessura do cilindro interno. Para que a conexão ocorra devidamente, força-se o macho sob a fêmea de maneira a formar uma união por interferência. Em sua configuração final, não há alteração no tamanho total do sistema, isto é, o comprimento total do conjunto após a deformação das molas se mantém o mesmo. Os cilindros se deformam de tal maneira que encontram uma posição de equilíbrio, a qual é mantida por um esforço de ação e reação entre os elementos. Essa força une os componentes.

Para determinar a força que está sendo aplicada sob os cilindros, é necessário determinar seus valores da rigidez e deslocamento. De acordo com Young, Budynas e Sadeq (2012), é possível definir o deslocamento radial de um cilindro sob pressão interna pela seguinte equação:

$$\Delta R = \frac{q \cdot R^2}{E \cdot t} \quad (2)$$

Onde ΔR define o deslocamento radial, q representa a força por unidade de área, R equivale ao raio do cilindro, E corresponde ao módulo de elasticidade do material e t equivale à espessura da parede do cilindro. É importante ressaltar que essa relação é válida somente para casos em que $D/t > 10$. Esta hipótese será adotada para análise neste estudo. É possível definir a pressão que atua ao longo da parede do cilindro como:

$$q = \frac{F}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot L} \quad (3)$$

Onde L é o comprimento do cilindro.

Para o modelo simplificado exposto neste capítulo, o deslocamento radial dos componentes é equivalente ao deslocamento u . Portanto, substituindo as incógnitas, obtém-se:

$$u = \frac{F \cdot R}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot E \cdot t} \quad (4)$$

Definida a equação do deslocamento, é possível determinar a rigidez dos cilindros utilizando a equação constitutiva abaixo:

$$F = k \cdot u \quad (5)$$

Substituindo a equação (5) na equação (4) e isolando o termo da rigidez, tem-se:

$$k = \frac{2 \cdot \pi \cdot L \cdot E \cdot t}{R}$$

$$k = \frac{4 \cdot \pi \cdot L \cdot E \cdot t}{D_c} \quad (6)$$

Onde t representa a espessura do cilindro, E o módulo de elasticidade, L representa o comprimento do cilindro e D_c representa o diâmetro do cilindro. Para o cilindro interno, será utilizado o diâmetro interno no cálculo da rigidez. Já para o cilindro externo, o diâmetro externo será utilizado para determinar a rigidez.

Para que se possa relacionar a força desenvolvida na união com a interferência entre os cilindros, será utilizada a equação de compatibilidade geométrica:

$$L_{total} = L_0^E + L_0^I - i \quad (7)$$

Onde:

$$L_0^E = L_{AB}$$

$$L_0^I = L_{CD}$$

Além disso, é possível definir os comprimentos finais do cilindro interno e externo pelas seguintes expressões, respectivamente:

$$\begin{aligned}L_f^I &= L_0^I - u_I \\L_f^E &= L_0^E - u_E\end{aligned}$$

O comprimento total do conjunto não se altera. Logo, usando a equação (7) abaixo e igualando-a com a equação de compatibilidade, tem-se:

$$L_{total} = L_f^E + L_f^I \quad (8)$$

$$L_0^I + L_0^E - i = L_0^I - u_I + L_0^E - u_E$$

$$i = u_I + u_E \quad (9)$$

Substituindo a equação (4) em (9), tem-se uma expressão que define a força de união por interferência sendo desenvolvida no modelo proposto:

$$i = \frac{F}{k_E} + \frac{F}{k_I} \quad (10)$$

Isolando a força, obtém-se uma equação análoga à Lei de Hooke (11). Pode-se ainda definir a rigidez equivalente do conjunto, representada pela expressão (12):

$$F = \frac{i}{\frac{1}{k_E} + \frac{1}{k_I}} \quad (11)$$

$$k_{eq} = \frac{1}{\left(\frac{1}{k_E}\right) + \left(\frac{1}{k_I}\right)} \quad (12)$$

Finalmente, podemos definir a equação para a pressão de contato entre o cilindro interno e externo dividindo a Eq. (12) pela área lateral do cilindro, obtendo:

$$p = \frac{\frac{i}{\frac{1}{k_e} + \frac{1}{k_i}}}{\pi \cdot L \cdot D_{i,e}}$$

$$p = \frac{i}{\left(\frac{1}{k_e} + \frac{1}{k_i}\right) \cdot \pi \cdot L \cdot D_{i,e}}$$

Considerando que os cilindros possuem o mesmo material e mesma espessura, a Eq. (13) pode ser simplificada da seguinte forma:

$$p = \frac{4 \cdot i \cdot E}{\left(\frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_e}\right) \cdot D_{i,e} \cdot t} \quad (13)$$

Onde:

$$D_{i,e} = D_e - 2t$$

Na qual D_i representa o diâmetro interno do cilindro interno e D_e representa o diâmetro externo do cilindro externo, conforme a Figura 12. Além disso, $D_{i,e}$ equivale ao diâmetro interno do cilindro externo.

Uma vez que o diâmetro final da interferência após a montagem estará entre o diâmetro interno do cilindro externo e o diâmetro externo do cilindro interno, o último também pode ser utilizado no lugar de $D_{i,e}$ na Eq. (13) para determinação da pressão.

Finalmente, é necessário ressaltar que a interferência i é radial, devendo ser utilizado 2 vezes os seu valor para interferências diametraes.

3.2. EQUAÇÃO DE PRESSÃO DE CONTATO SIMPLIFICADA POR CAMPOS E HALL

Nesta seção será explicitado o modelo analítico da equação de pressão simplificada através das equações de Lamé. Este modelo desenvolvido por Campos e Hall (2019) tem como objetivo fornecer uma equação para calcular com rapidez e precisão a pressão radial, que é a pressão de contato. Primeiramente, as equações partem de uma derivação das equações simplificadas de Lamé e após este processo, Campos e Hall validou este modelo analítico comparando com os resultados obtidos no método de análise com elementos finitos e outros modelos analíticos de outros autores.

No estudo de Campos e Hall foi esclarecido também que o mecanismo de junta por pressão de contato é aplicado em dois tubos feitos de mesmo material, conforme a figura abaixo.

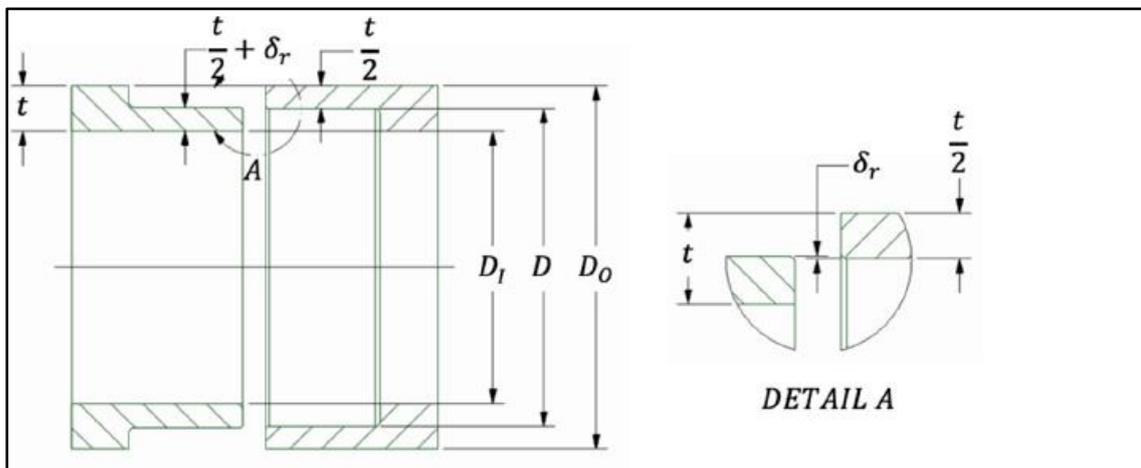


Figura 14 - Vista longitudinal do encaixe por pressão usado para conectar dois tubos. **Fonte:** CAMPOS e HALL, 2019

De acordo com Campos e Hall (2019), o componente macho na esquerda da Figura 14, é usinado na metade da espessura menos a interferência radial (δ_r). De modo análogo, a superfície interna do elemento fêmea é usinada até a metade da sua espessura. O comprimento axial da superfície usinada não é um fator de determinação para pressão de contato. É pressuposto que o contato ocorrerá apenas nas superfícies usinadas do macho e da fêmea.

Para os autores, a equação de pressão simplificada parte das equações de Lamé usando três suposições;

1. O ajuste de pressão de contato ocorre entre objetos circulares ocios;
2. Ambos os componentes possuem as mesmas propriedades materiais;
3. Ambos os componentes possuírem a mesma espessura de parede (no caso de tubos, a interferência está localizada na metade da espessura, conforme mostrado na Figura 14).

A equação de Lamé para pressão de contato p entre faces para mesmos materiais por interferência é dada através da equação:

$$p = \frac{E\delta_d}{2D^3} \left[\frac{(D_o^2 - D^2)(D^2 - D_i^2)}{D_o^2 - D_i^2} \right] \quad (14)$$

Onde E é o módulo de elasticidade, D_o é o diâmetro externo, D_i é o diâmetro interno, D é o diâmetro na interferência e δ_d é a interferência diametral. O valor da interferência diametral é igual a duas vezes o valor da interferência radial (δ_r).

A relação entre diâmetro interno e externo pode ser expressa em termo da espessura da parede do tubo (t), logo substituindo D_o e D_i por D e t ,

$$\begin{aligned} D_o &= D + t \\ D_i &= D - t \end{aligned} \quad (15)$$

Substituindo a relação de D_o e D_i na Eq. (14):

$$p = \frac{E\delta_d}{2D^3} \left[\frac{((D + t)^2 - D^2)(D^2 - (D - t)^2)}{(D + t)^2 - (D - t)^2} \right] \quad (16)$$

Simplificando a equação, temos:

$$p = \frac{E \delta_d}{2D^3} \left[\frac{4D^2 t^2 - t^4}{4Dt} \right] \quad (17)$$

Onde o termo t^4 é um termo da espessura elevada à quarta potência, e é descartado na análise pois torna-se um termo muito pequeno e de pouca influência na equação para o caso de paredes finas. Logo, a equação final de pressão de contato simplificada para o caso de paredes finas é dada por:

$$p = \frac{E \delta_d t}{2D^2} \quad (18)$$

Campos e Hall (2019) concluem em seu estudo que a Eq. (18) pode ser utilizada em aplicações de juntas por encaixe por pressão de contato conforme as seguintes condições atendidas:

- O ajuste de pressão de contato ocorre entre objetos circulares ocios;
- Ambos os componentes possuem as mesmas propriedades materiais;
- O diâmetro da interferência D está localizado na metade da distância entre o diâmetro interno D_i e o diâmetro externo D_o , conforme mostrado na Figura 3;
- A relação D/t é igual ou maior que 10.

3.3. EQUAÇÃO DE PRESSÃO RADIAL PARA AJUSTE POR INTERFERÊNCIA POR PEDERSEN

O estudo de Pedersen (2005) propõe uma solução analítica para um problema de ajuste por interferência através de uma equação de pressão de contato. Para o autor, esta é dada mediante a elaboração de uma equação analítica, desenvolvida da derivação das equações diferenciais de Euler, resultando na equação de pressão de contato.

Para o desenvolvimento do problema bi-dimensional, Pedersen (2005) utilizou como referência um caso de ajuste por redução, retirado do Benham et al. (1996). O problema é dado através de dois cilindros a serem encaixados conforme a Figura 15.

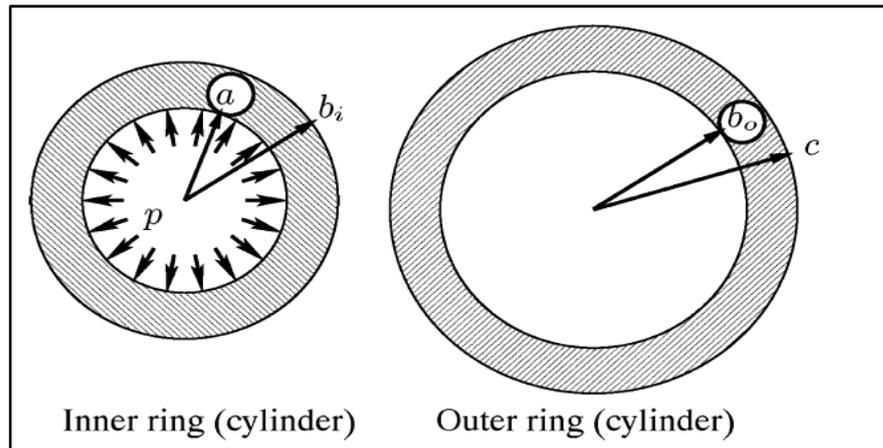


Figura 15 - Modelo de ajuste por contração. **Fonte:** BENHAM et al.,1996

No modelo, a é o raio do cilindro interno, b é o raio externo do cilindro interno e o raio interno do cilindro externo. Já o c representa o raio externo do cilindro externo e a interferência do ajuste por redução é dada por:

$$\delta = b_i - b_o \geq 0 \quad (19)$$

Outro detalhe na análise de Pedersen (2005) é que os cilindros são do mesmo material com módulo de elasticidade E o cilindro interno sobre uma pressão interna p . Assim, Pedersen (2005) adota um estado de tensão plano para a resolução deste problema, e transforma as equações diferenciais de Euler para deslocamento radial. Com o resultado analítico obtido, obtém-se duas tensões principais (para o cilindro interno e externo) em função do raio, da carga de pressão interna p e do valor da interferência.

Para o cilindro interno,

$$\sigma_{ri} = \frac{1}{2b(c^2 - a^2)} (-p(2a^2b) \left(\left(\frac{c}{r} \right)^2 - 1 \right) - eE(c^2 - b^2) \left(1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right)) \quad (20)$$

Analogamente para o cilindro externo:

$$\sigma_{re} = \frac{1}{2b(c^2 - a^2)} (-p(2a^2b) \left(\left(\frac{c}{r} \right)^2 - 1 \right) - eE(b^2 - a^2) \left(\left(\frac{c}{r} \right)^2 - 1 \right)) \quad (21)$$

Substituindo os valores das Eqs. (20) e (21) de acordo com a geometria do modelo analítico proposto, e anulando o elemento de pressão interna, obtém-se as seguintes equações de pressão de contato baseadas nas equações de Pedersen:

$$p_i = \frac{1}{2D(De^2 - Di^2)} (-E\delta_d(De^2 - Di^2) \left(1 - \left(\frac{Di}{D} \right)^2 \right)) \quad (22)$$

$$p_e = \frac{1}{2D(De^2 - Di^2)} (-E\delta_d(D^2 - Di^2)) \left(\left(\frac{Di}{D} \right)^2 - 1 \right) \quad (23)$$

Onde E é o módulo de elasticidade, De é o diâmetro externo do cilindro externo, Di é o diâmetro interno do cilindro interno, D é o diâmetro na interferência e δ_d é a interferência diametral.

3.4. SOLUÇÃO ANALÍTICA DE CILINDROS POR PAREDE ESPESSA DE QUI E ZHOU

O estudo desenvolvido por Qiu e Zhou (2016) propõe um método de análise geral para cilindros de multicamadas com efeito de elevação de temperatura no qual

é elaborado de acordo com a solução analítica da teoria elástica da axissimetria de cilindro de parede espessa. Este estudo, propõe soluções de interferência para os cilindros de paredes espessas de multicamadas, considerando uma perspectiva mais próxima de um projeto de engenharia para estabelecer as relações de tolerância e o torque de reação suportável para a interferência.

Qiu e Zhou (2016), inicialmente, propuseram uma solução analítica geral para cilindros de parede espessa de duas camadas e três camadas. Os autores derivam um conjunto de equações analíticas para determinar uma equação de pressão de contato por interferência. A solução proposta é baseada no princípio de superposição e na suposição de pequenas deformações elásticas.

A equação de pressão desenvolvida após as derivações é dada por:

$$p = \frac{1}{D \left(\frac{D^2(-1+\nu_1)}{E_1(-D_e^2+D^2)} + \frac{D_e^2(1-\nu_1)}{E_1(D_e^2-D^2)} - \frac{D^2(-1+\nu_2)}{E_2(D^2-D_i^2)} + \frac{D_i^2(1+\nu_2)}{E_2(D^2-D_i^2)} \right)} \quad (24)$$

Onde, p é a pressão de contato entre os cilindros, D é o diâmetro na interferência, D_e é o diâmetro externo do cilindro externo, D_i é o diâmetro interno do cilindro interno, E_1 e E_2 são os módulos de elasticidades de cada cilindros e ν_1 e ν_2 são os coeficientes de Poisson de cada cilindro.

De acordo com Qiu e Zhou, a Eq. (24) é utilizada para casos quando a pressão de contato está entre o componente macho e fêmea e ambos possuem propriedades diferentes. Quando o encaixe por pressão ocorre entre componentes com as mesmas propriedades, a equação pode ser simplificada para a seguinte equação, a qual é utilizada neste estudo:

$$p = \frac{E\delta_d}{2D \left(\frac{D_e^2}{(D_e^2 - D^2)} + \frac{D_i^2}{(D^2 - D_i^2)} \right)} \quad (25)$$

Onde E é o módulo de elasticidade, D_e é o diâmetro externo do cilindro externo, D_i é o diâmetro interno do cilindro interno, D é o diâmetro na interferência e δ_d é a interferência diametral.

3.5. AJUSTE DE PRESSÃO DE ACORDO COM BUDYNAS e NISBETT

De acordo com Budynas e Nisbett (2016), quando duas peças cilíndricas são montadas encolhendo ou sendo pressionadas uma na outra, uma pressão de contato é criada entre elas.

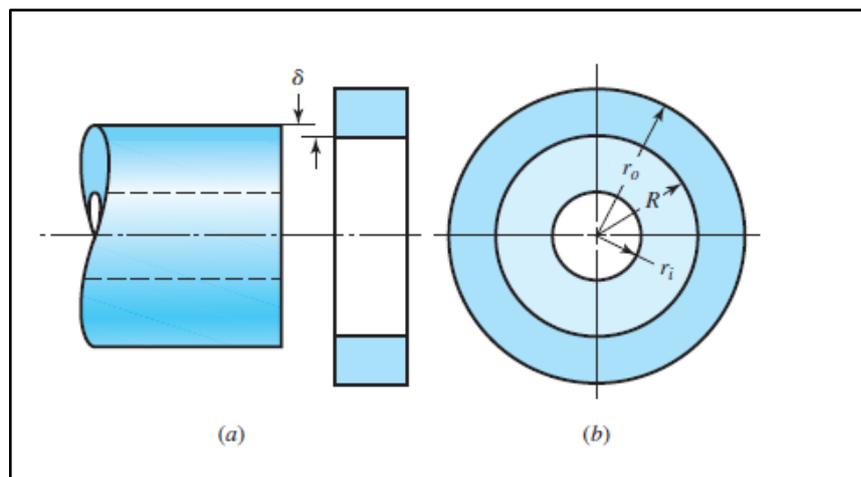


Figura 16 - (a) Peças não montadas (b) após a montagem. Fonte:

Budynas e Nisbett, 2016

A Figura 16, mostra uma representação esquemática para o caso de dois cilindros montados com um ajuste de pressão. Antes da montagem, o raio externo do cilindro interno era maior do que o raio interno do cilindro externo. Após a montagem, uma pressão de contato p se desenvolve entre os cilindros, causando uma tensão radial em cada membro. A pressão de contato é dada pela equação:

$$p = \frac{\delta_r}{R \left\{ \left(\frac{1}{E_e} \right) \left(\frac{r_e^2 + R^2}{(r_e^2 - R^2)} + \nu_e \right) - \left(\frac{1}{E_i} \right) \left(\frac{R^2 + r_i^2}{(R^2 - r_i^2)} - \nu_i \right) \right\}} \quad (26)$$

Onde os subscritos e e i nas propriedades dos materiais correspondem respectivamente ao cilindro externo e ao interno.

Caso, os dois cilindros sejam do mesmo material, a relação pode ser simplificada, conforme a seguinte equação:

$$p = \left(\frac{E \delta_r}{2R^3} \right) \left(\frac{(r_e^2 - R^2)(R^2 - r_i^2)}{(r_e^2 - r_i^2)} \right) \quad (27)$$

Onde E é o módulo de elasticidade, r_e é o raio externo, r_i é o raio interno, R é o raio da interferência e δ_r é a interferência radial.

3.6. COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS

Os modelos apresentados anteriormente, foram elaborados para determinar a pressão de contato entre dois elementos cilíndricos acoplados por pressão. As premissas para utilização de todos os modelos são as mesmas: considera-se dois componentes cilíndricos de mesmo material, conectados por ajuste por interferência. Visando avaliar a estimativa da pressão de contato promovida pela interferência pelos quatro modelos, desenvolve-se uma comparação considerando diferentes condições geométricas.

Para os resultados apresentados, considera-se um valor de interferência fixo em 10% do valor da espessura dos cilindros. Neste primeiro momento, o cilindro externo possui, diâmetro nominal de 50,8 mm (duas polegadas) e espessura de 5 mm, ao passo que o cilindro interno possui diâmetro externo de 46,3 mm (0,5 mm de interferência). A partir desses valores foram realizados incrementos de 1" nos valores de diâmetros de ambos os cilindros e incrementos 0,5 mm nos valores das espessuras. Dessa forma, foi possível analisar o comportamento de cada equação para diferentes valores da razão D/t .

3.6.1. Comparação entre o modelo analítico e o modelo de Campos e Hall

A primeira análise comparativa feita, utiliza-se os valores de pressão de contato para o ajuste por interferência medido pelo modelo analítico desenvolvido neste trabalho e a Eq. (18), proposta por Campos e Hall (2019). Assim, foi possível observar que os valores estimados para pressão, em ambos os modelos, se tornam mais próximos à medida que a razão D/t aumenta, observando-se diferenças inferiores a 5% para razões maiores que 20, que pode ser considerada uma condição de tubo de paredes finas.

Nota-se, então, que nos dois casos as equações tendem a convergir para o mesmo valor. As Figura 17 e 18 mostram, respectivamente, o comportamento das equações do modelo analítico proposto e de Campos (2019) o erro percentual entre as equações com relação à razão D/t .

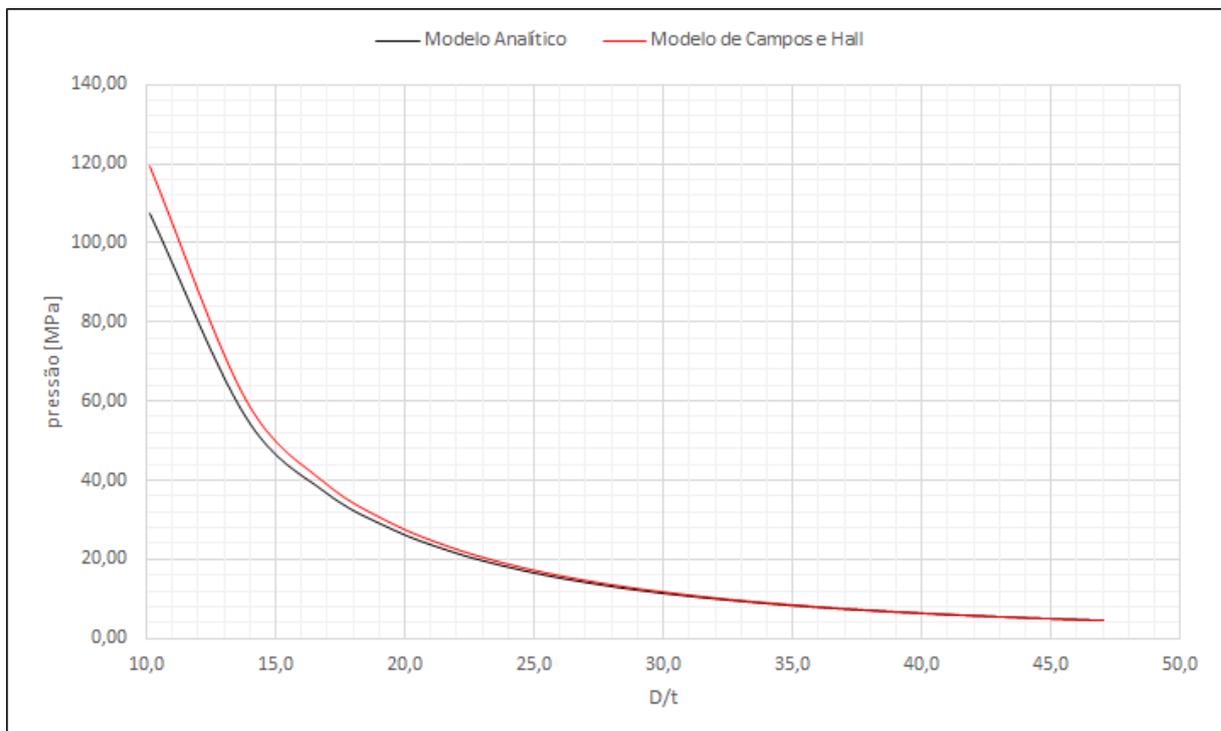


Figura 17 - Pressão de contato em função da razão D/t para o modelo analítico proposto e o modelo de Campos e Hall (2019). **Fonte:** Os Autores

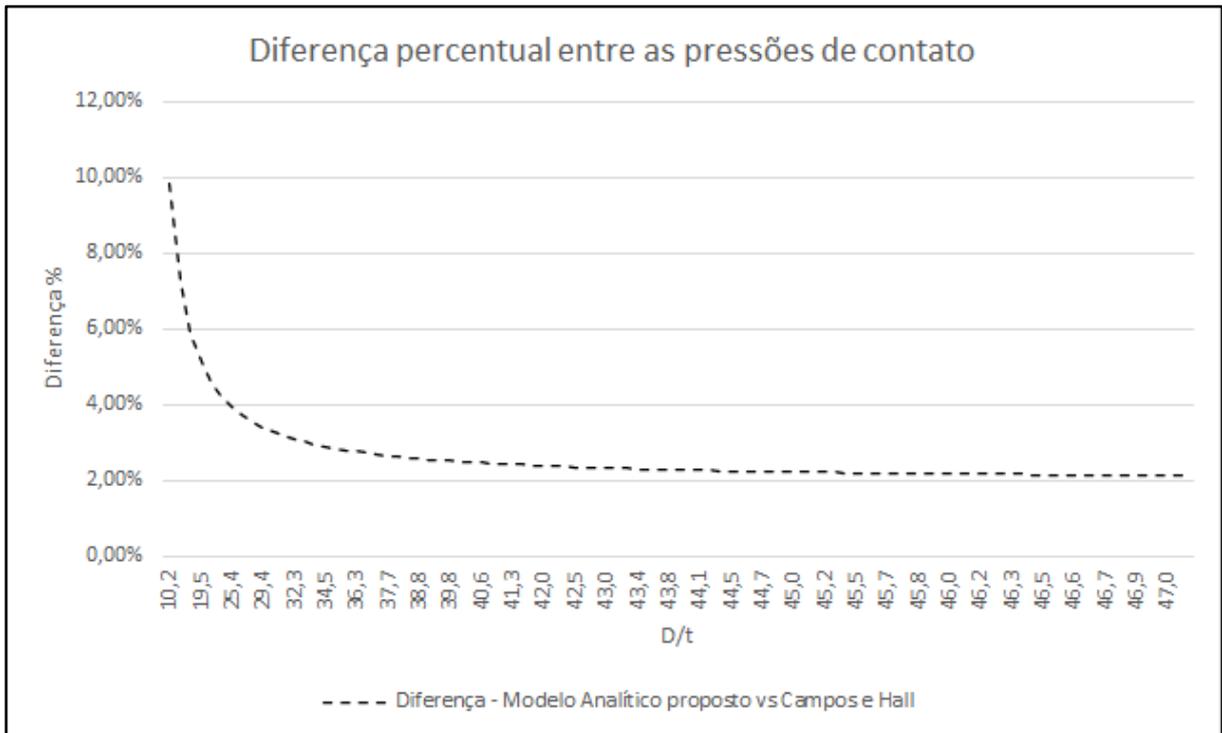


Figura 18 - Diferença entre as estimativas para a pressão de contato obtidas com o modelo analítico proposto e o modelo de Campos e Hall (2019). **Fonte:** Os Autores

3.6.2. Comparação entre o modelo analítico e o modelo de Pedersen

Na segunda análise, foi realizada a comparação entre os resultados obtidos com o modelo analítico desenvolvido neste trabalho e os obtidos com o modelo proposto por Pedersen (2005), tendo como base a Eq. (23). Neste caso, os valores de pressão de contato utilizados são praticamente os mesmos, com erros percentuais menores que 1%, conforme evidenciado na Figura 19.

Semelhantemente à análise anterior, os valores encontrados através das equações se aproximam ainda mais com o aumento da razão entre diâmetro e espessura.

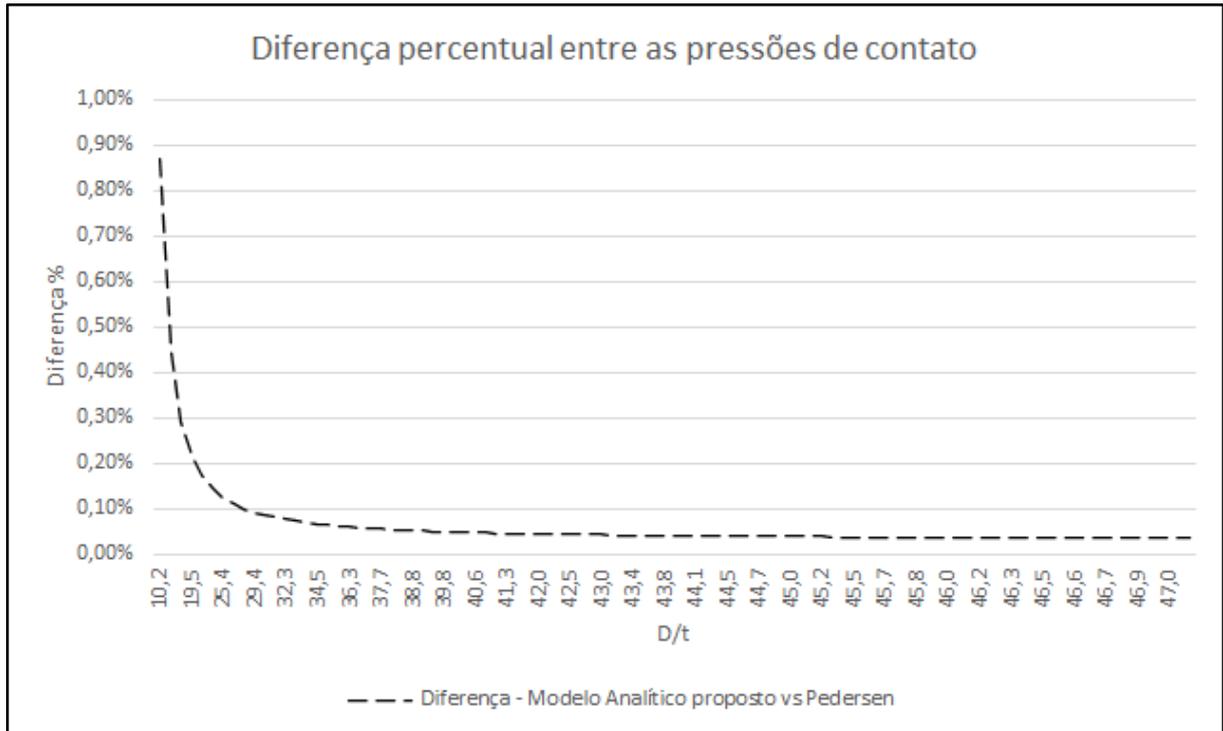


Figura 19 - Diferença entre as estimativas para a pressão de contato obtidas com o modelo analítico proposto e a equação de Pedersen (2005). **Fonte:** Os Autores

3.6.3. Comparação entre o modelo analítico e o modelo de Qiu e Zhou

A terceira análise comparativa realizada foi entre o trabalho de Qiu e Zhou (2016) e o modelo analítico proposto, quando também se analisou a pressão de contato encontrada pelo modelo analítico e a, agora, utiliza-se Eq. (25), na mesma lógica de diâmetro e espessura.

No mesmo sentido, os resultados obtidos foram semelhantes aos observados na comparação com o modelo de Pedersen.

Ou seja, mediante a análise comparativa entre os três autores e o modelo desenvolvido neste trabalho, pode-se concluir que se têm um resultado com precisão aceitável (diferenças menores que 5%) para a análise das interferências quando os valores de pressão de contato entre dois cilindros acoplados, quando a razão entre o diâmetro e a espessura for superior a 20, como mostra a Figura 21.

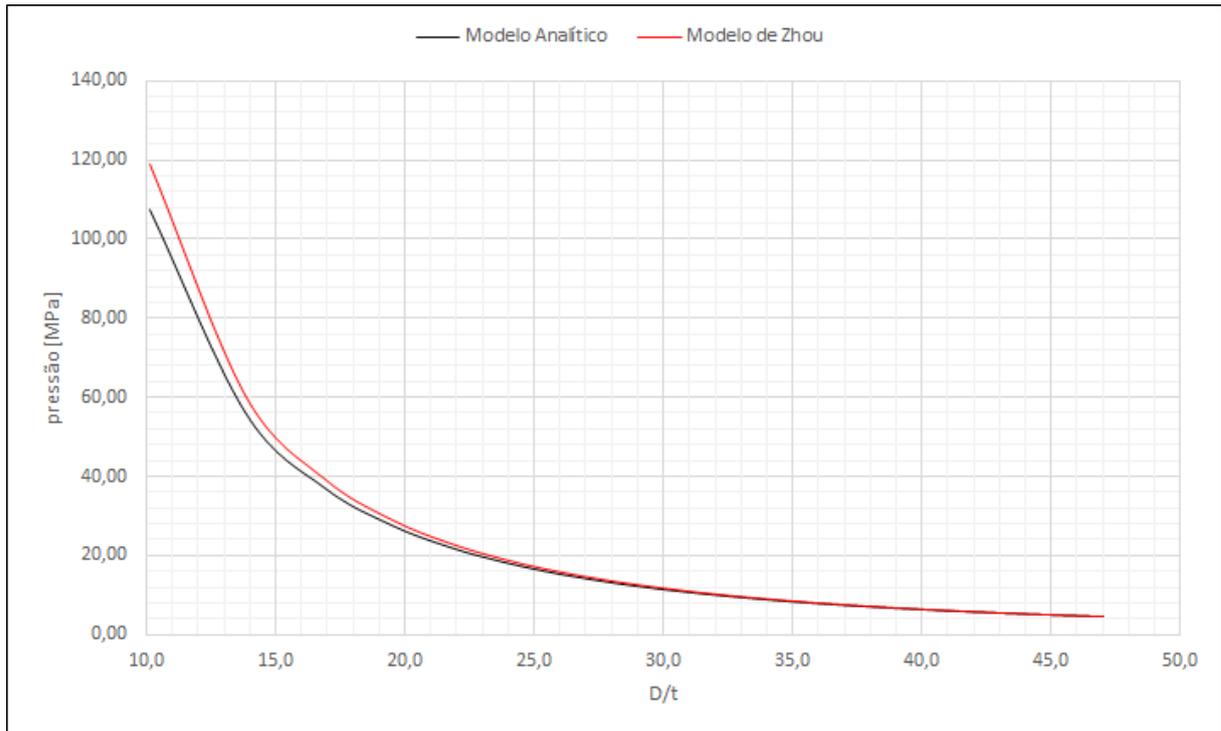


Figura 20 - Pressão de contato em função da razão D/t para o modelo analítico proposto e o modelo de Zhou (2016). **Fonte:** Os Autores

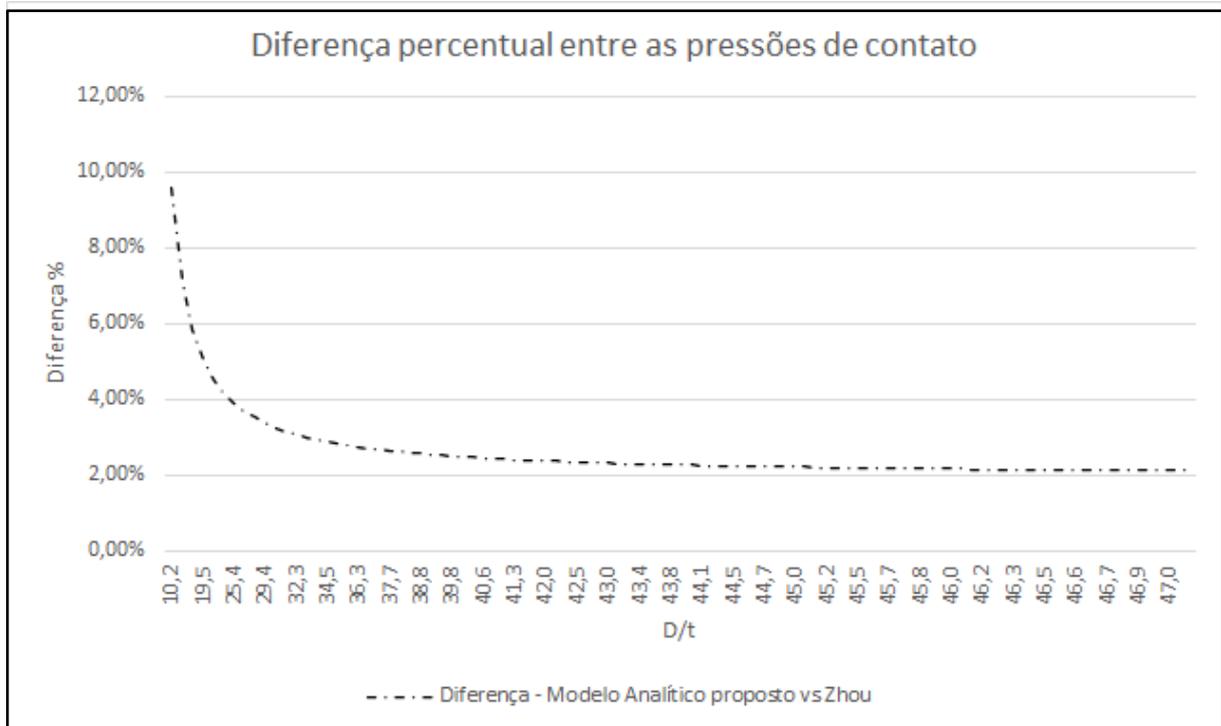


Figura 21 - Diferença entre as estimativas para a pressão de contato obtidas com o modelo analítico proposto e o modelo de Zhou (2016). **Fonte:** Os Autores

3.6.4. Comparação entre o modelo analítico e a equação de Shigley

A última comparação feita foi entre a equação obtida para o modelo proposto e a Eq. (27), proposta por Budynas e Nisbett (2016). No mesmo sentido dos resultados encontrados nos itens 3.6.1 e 3.6.3, os valores de tensão encontrados para ambas as equações se aproximam com o aumento da razão entre diâmetro e a espessura, caindo para diferenças inferiores a 5% para valores de D/t superiores a 20, conforme a Figura 23, o que se encontra dentro do esperado.

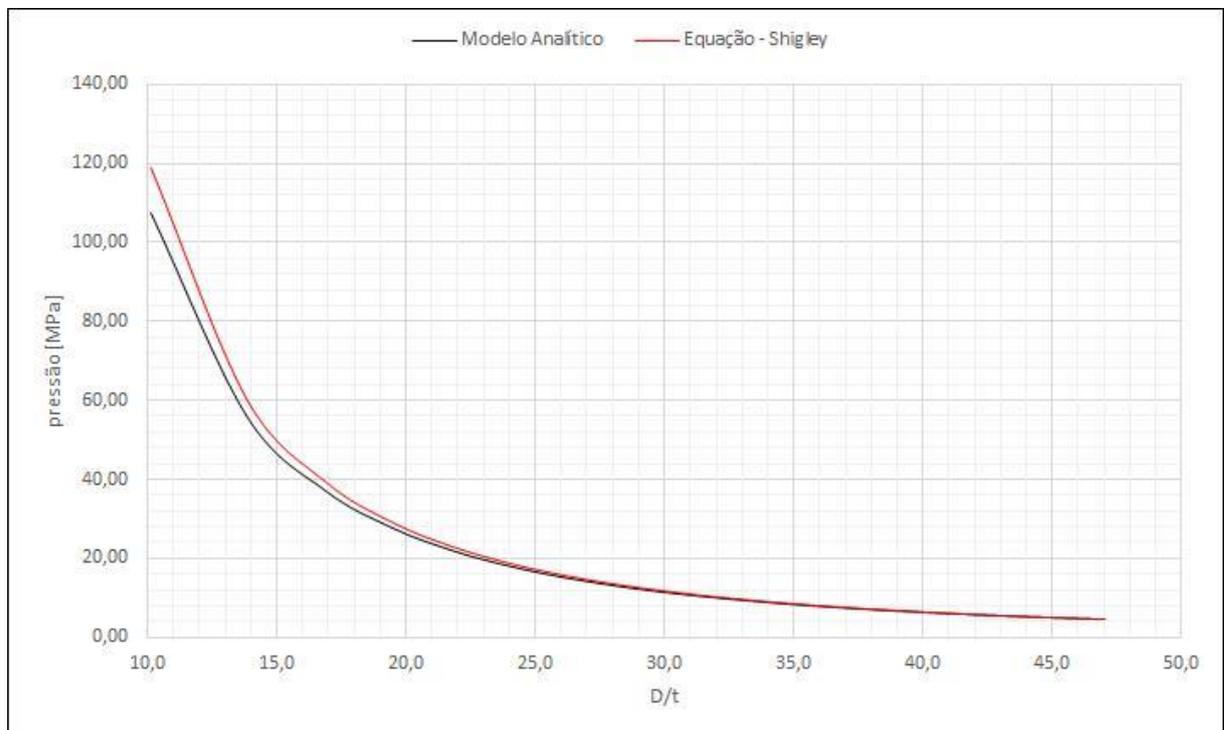


Figura 22 - Pressão de contato em função da razão D/t para o modelo analítico proposto e o modelo de Shigley (2016). **Fonte:** Os Autores

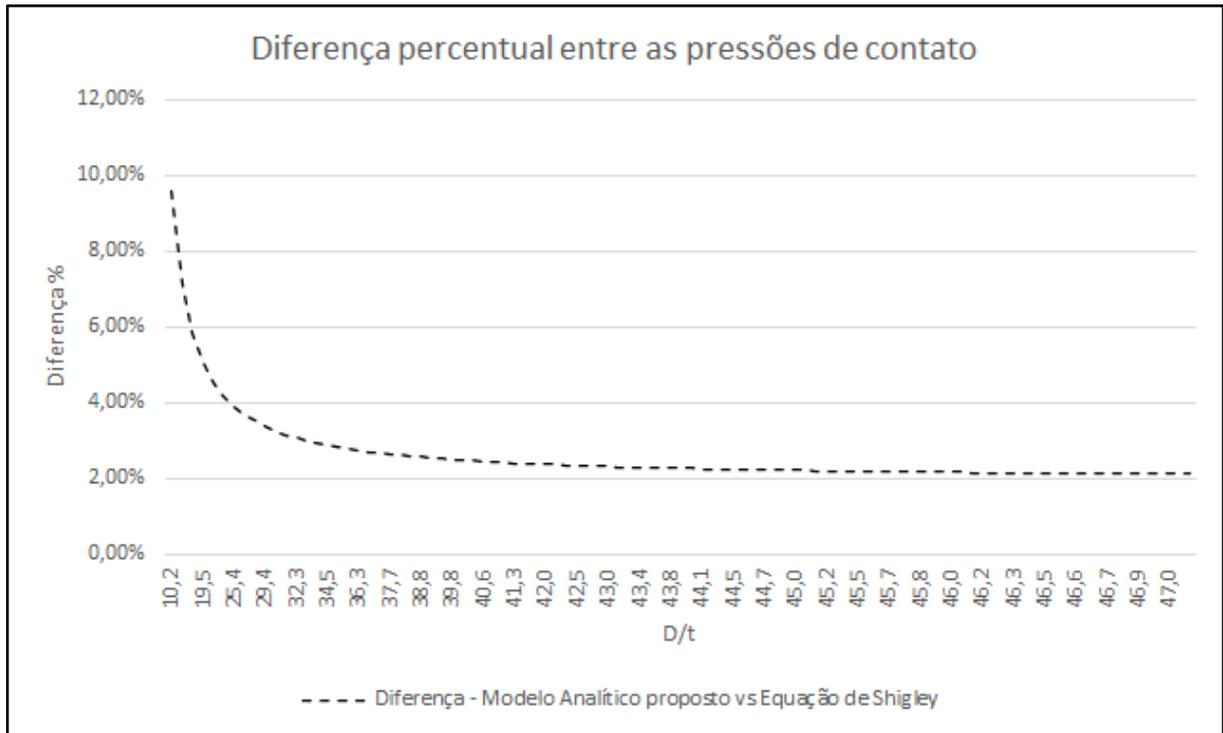


Figura 23 - Diferença entre as estimativas para a pressão de contato obtidas com o modelo analítico proposto e o modelo de Shigley (2016). **Fonte:** Os Autores

3.6.5. Influência dos parâmetros na pressão de contato dos modelos

A partir das comparações realizadas nas seções anteriores, observou-se que a pressão de contato entre os componentes da união tende a diminuir com o aumento da razão entre o diâmetro e a espessura. Sob a perspectiva do modelo proposto neste trabalho, isso se dá pelo fato de que, ao aumentar a essa razão, a rigidez dos elementos diminui, o que faz com que a força necessária para os manter em contato diminua. Essa relação pode ser evidenciada analisando a Eq. (13).

A mesma tendência é observada nos modelos de Campos e Hall (2019), Pedersen (2005), Zhou (2016) e Budynas e Nisbett (2016). No entanto, é interessante analisar como se comportam as equações ao alterar a interferência entre os elementos de forma a verificar se possuem comportamentos semelhantes ou se os resultados obtidos se tornam cada vez mais distantes. Para isso, foram analisados os valores de pressão obtidos para quatro razões D/t distintas (40,30,20, e 10), fixando as dimensões dos cilindros e aumentando a interferência entre eles gradativamente.

As Figuras 24 a 27 mostram os resultados encontrados comparando o modelo analítico desenvolvido e o modelo de Campos e Hall (2019).

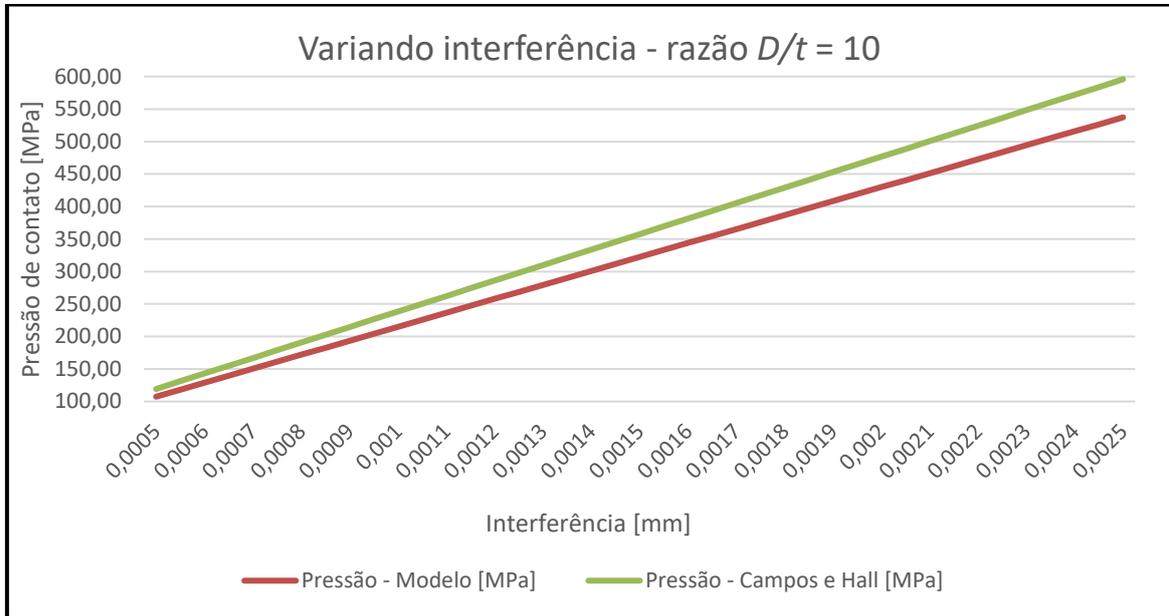


Figura 24 - Valores de pressão de contato encontrados pelo modelo analítico proposto e o modelo de Campos e Hall (2019) para uma relação $D/t = 10$. **Fonte:** Os Autores

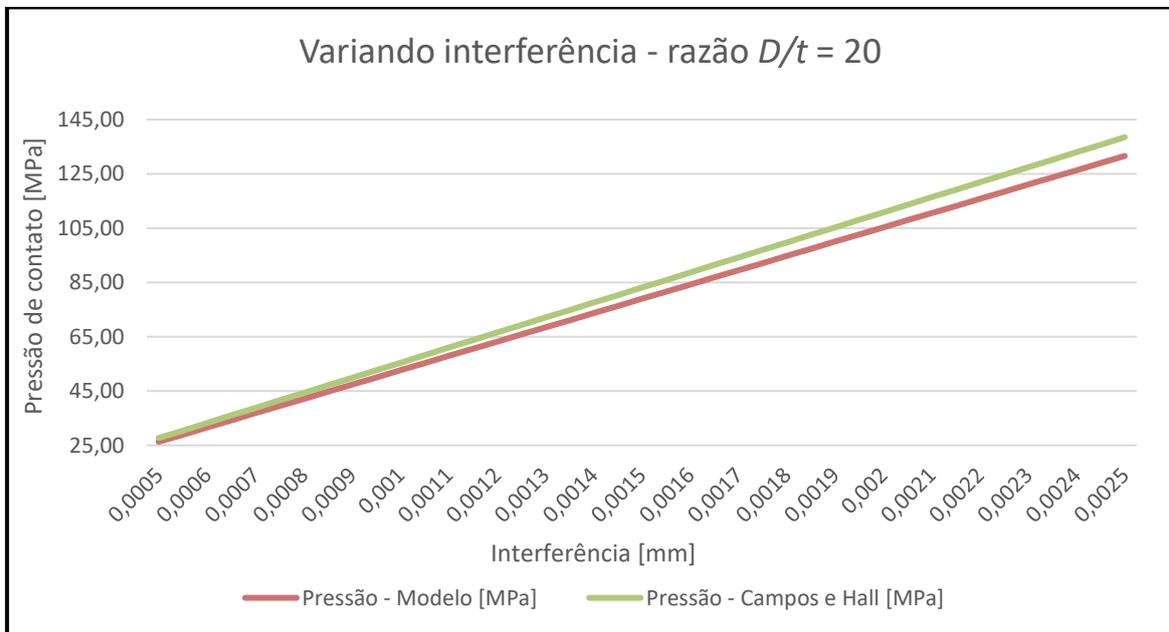


Figura 25 - Valores de pressão de contato encontrados pelo modelo analítico proposto e o modelo de Campos e Hall (2019) para uma relação $D/t = 20$. **Fonte:** Os Autores

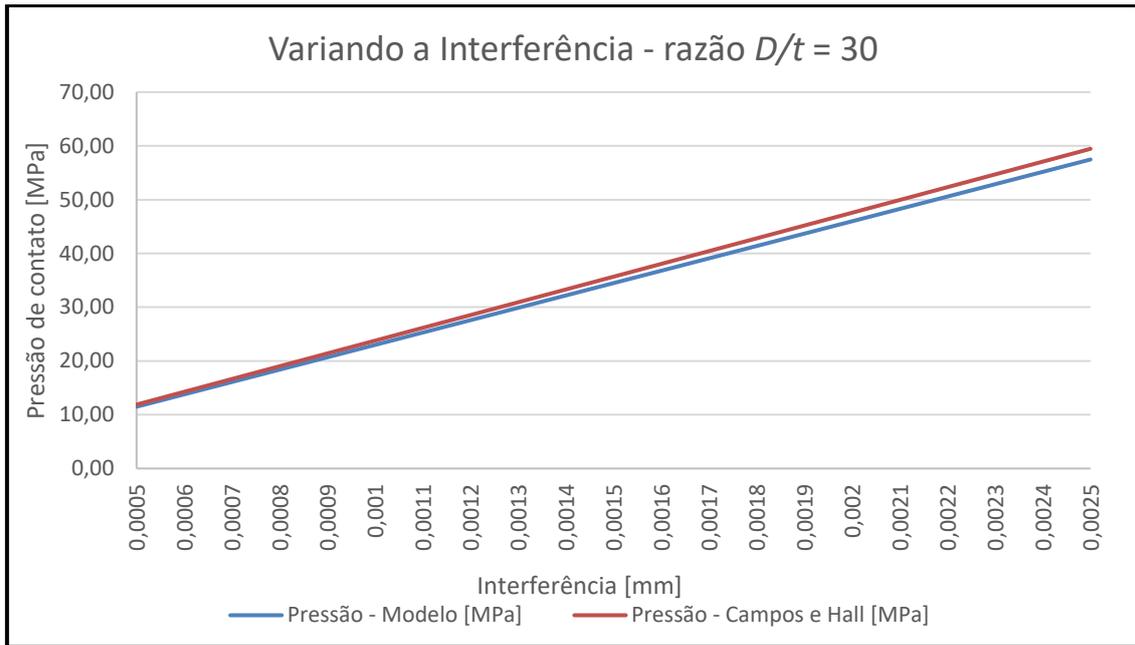


Figura 26 - Valores de pressão de contato encontrados pelo modelo analítico proposto e o modelo de Campos e Hall (2019) para uma relação $D/t = 30$. **Fonte:** Os Autores

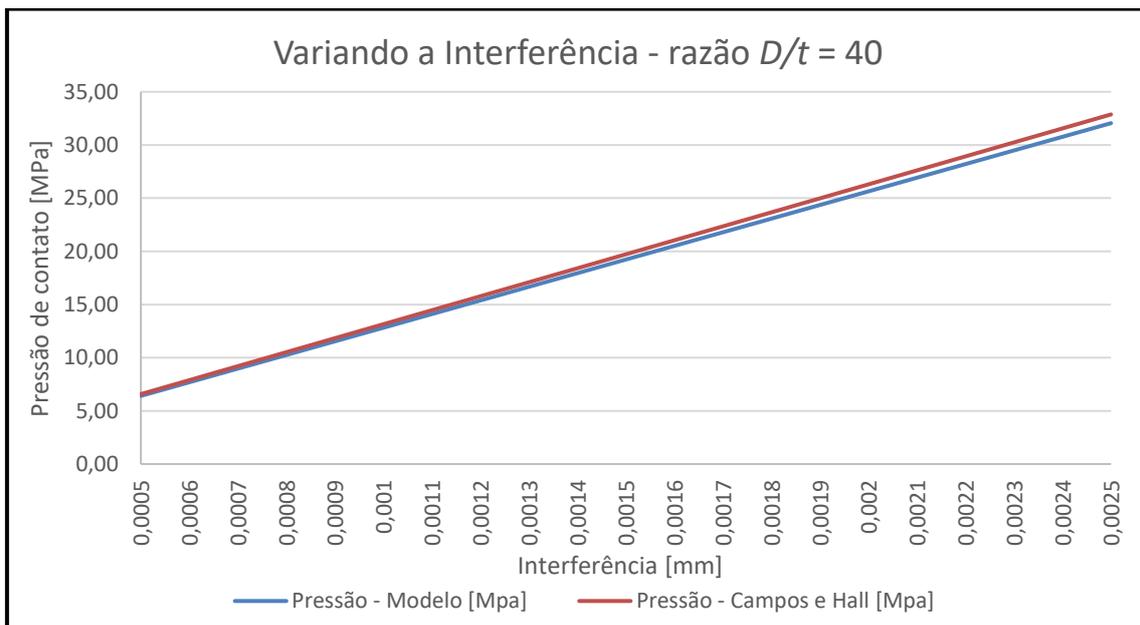


Figura 27 - Valores de pressão de contato encontrados pelo modelo analítico proposto e o modelo de Campos e Hall (2019) para uma relação $D/t = 40$. **Fonte:** Os Autores

Os gráficos comparativos evidenciam que, ao aumentar o valor da interferência eleva-se também a pressão de contato entre os elementos. Este comportamento também pode ser observado analisando as equações de pressões dos modelos dada a relação linear entre pressão de contato de interferência. Ademais, o aumento da razão D/t faz com que a faixa de pressão diminua substancialmente, mas sem afetar

os valores encontrados em cada equação. Como mostrado anteriormente, o erro entre as equações é menor que 5% para razões maiores que 20.

4 MODELO NUMÉRICO

Com o objetivo de avaliar o modelo analítico proposto neste trabalho, foram desenvolvidas simulações numéricas do para o problema de uma junta com interferência utilizando o Método dos Elementos Finitos. Utilizou-se o pacote comercial de elementos finitos *ANSYS Workbench 2021 R2*. A geometria analisada foi desenvolvida com o auxílio do programa de modelagem sólida *Design Modeler*.

O método de elementos finitos (Seegerlind, 1984) é um procedimento numérico para a obtenção de soluções aproximadas que pode ser aplicado a uma grande quantidade de problemas encontrados na análise de engenharia. O método de elementos finitos subdivide a geometria estudada em números elevado de subdomínios, denominados elementos, e resolve um problema composto para subdomínios acoplados, permitindo obter soluções para geometrias e/ou comportamentos complexos de materiais. O conjunto de todos os elementos denomina-se malha, e nas junções entre cada elemento tem-se os nós.

4.1. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Para a resolução da análise numérica foi utilizado o software comercial *ANSYS 2021 R2* para estudantes. Nele é possível resolver um problema estático estrutural como é o caso da união por interferência a ser resolvida, com uma limitação no número de elementos utilizados em uma simulação.

Como visto anteriormente, o modelo estudado é composto por uma união de dois cilindros através de um ajuste por interferência. O modelo geométrico do ajuste por interferência foi desenvolvido utilizando o *Design Modeler*. As Figuras 28 e 29 mostram a geometria que foi desenvolvida aplicando condições de simetria em relação aos planos *ZX* e *YZ*, uma vez que o problema possui simetria geométrica nestes planos.

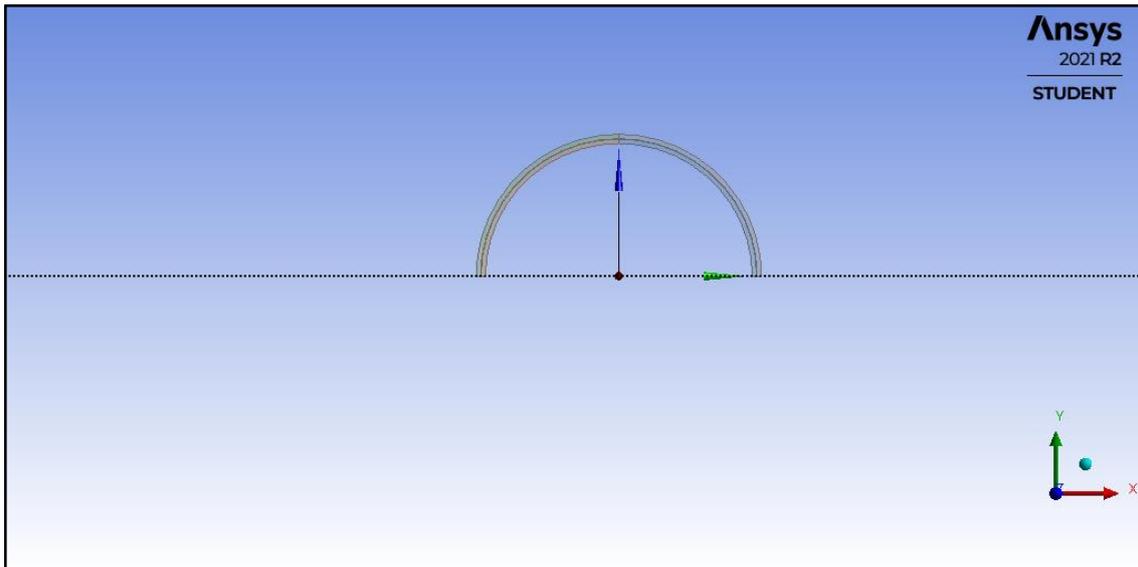


Figura 28 - Simetria no plano ZX. **Fonte:** Os Autores

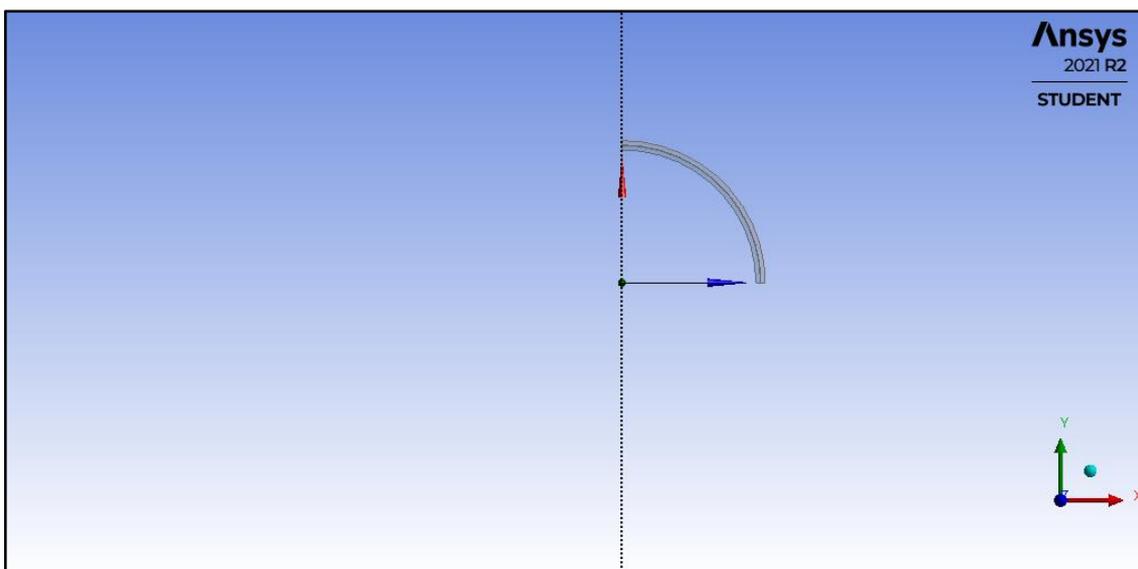


Figura 29 - Simetria no plano YZ. **Fonte:** Os Autores

Dessa forma, o programa irá analisar somente $\frac{1}{4}$ da geometria total, o que diminui a capacidade computacional requerida para a resolução do problema, conforme as Figuras 30 e 31. Optou-se por considerar um trecho com pequeno comprimento, mas suficientemente longo para que os efeitos de borda não interferissem na solução. A Tabela 1 mostra algumas propriedades mecânicas do aço estrutural escolhido como material, além das dimensões adotadas para a simulação.

Tabela 1: Propriedades mecânicas e dimensões. Fonte: Os Autores

	Cilindro interno	Cilindro externo
Diâmetro interno [mm]	245,9	254
Diâmetro externo [mm]	254,9	263
Módulo de elasticidade [GPa]	200	200
Coefficiente de Poisson	0,3	0,3
Comprimento [mm]	50	50

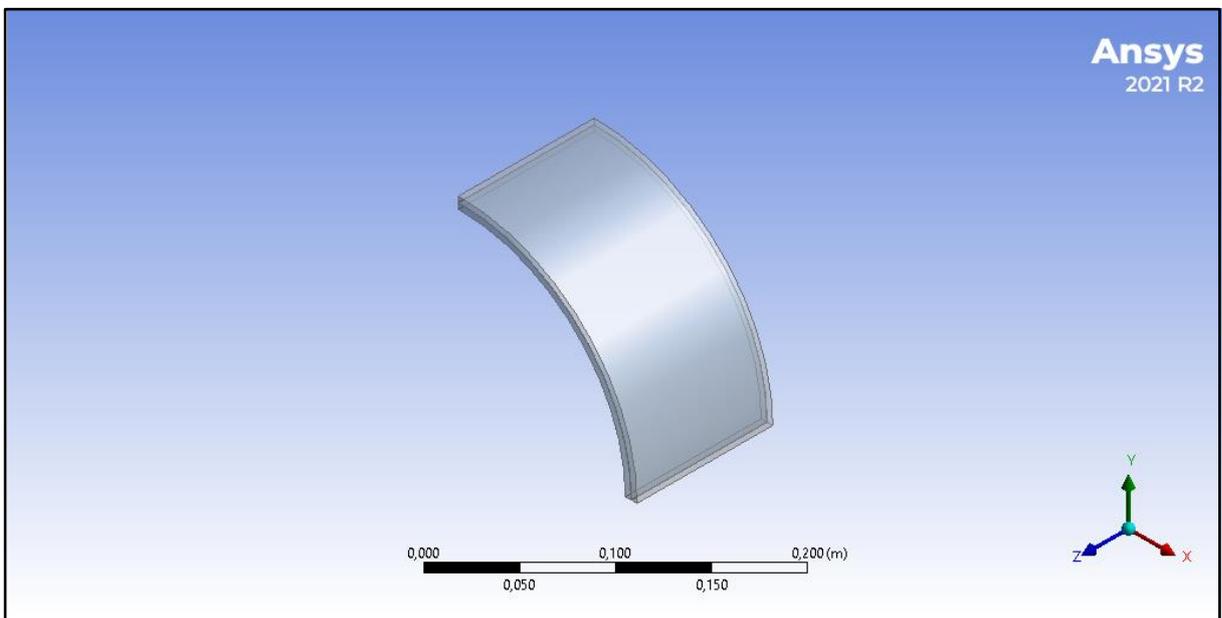


Figura 30 - Geometria do modelo numérico (vista isométrica). Fonte: Os Autores

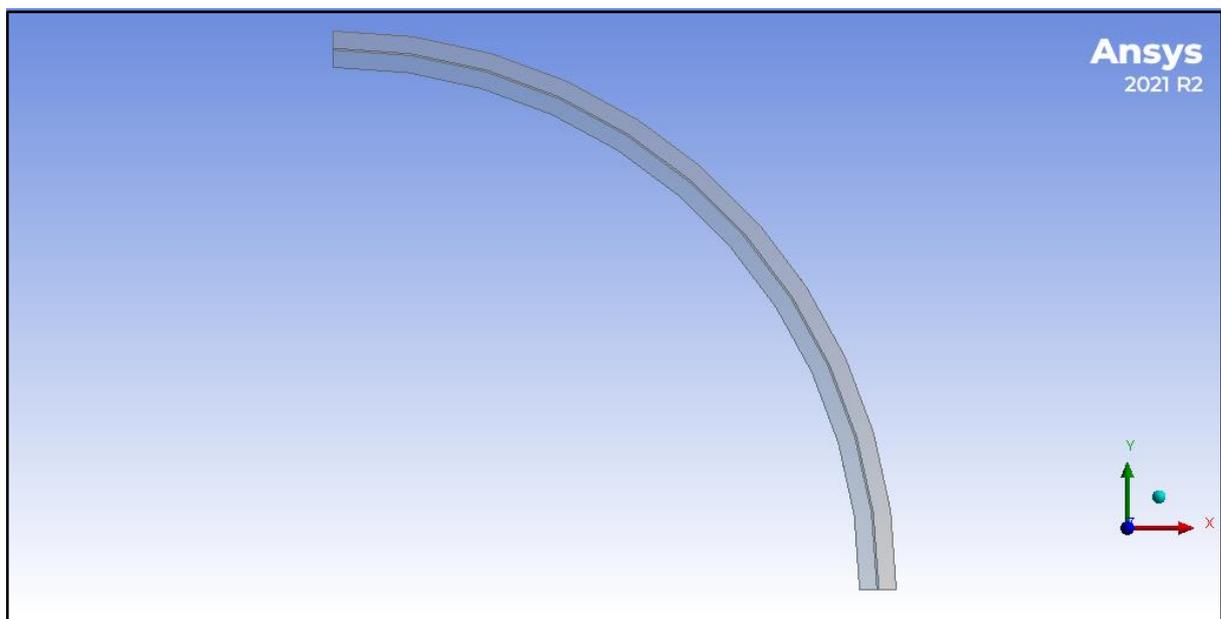


Figura 31 - Geometria do modelo numérico (vista frontal). Fonte: Os Autores

Para o modelo proposto, optou-se por utilizar o elemento SOLID186. Este elemento possui 20 nós, os quais possuem três graus de liberdade: translação nas direções X, Y, e Z. Para refinar a malha, o tamanho do elemento foi controlado utilizando o comando *Element Size* no *ANSYS Mechanical*.

Com a geometria, materiais e tipo de elementos definidos, é preciso determinar o tipo de contato entre os dois elementos dentro do software *ANSYS Mechanical*. Para reconhecer a interferência, o software requer a identificação das faces em contato, uma face é designada como *Contact* e a outra como *Target* (Figura 32). De acordo com Ansys Learning (2020), três parâmetros devem ser considerados para determinar corretamente a face *Contact* e *Target*.

Primeiramente, a face escolhida como *Contact* deve, preferencialmente, possuir uma malha mais refinada, uma vez que o algoritmo de resolução de contato do programa define que os pontos de contato da face *Contact* não podem penetrar na superfície escolhida como *Target*. Dessa forma, garante-se que a superfície *Contact* possui pontos de contato suficientes e a penetração é evitada.

O segundo parâmetro para a escolha correta dos contatos é a geometria dos corpos. Boa prática determina que as superfícies convexas devem ser definidas como *Contact*, ao passo que as superfícies planas ou côncavas como *Target*. Finalmente, o último critério utilizado para definir o contato é a rigidez dos corpos. Idealmente, os corpos menos rígidos são definidos como *Contact*, pois isso permite que os pontos de detecção de contato sigam a deformação da superfície do corpo com rigidez inferior.

Com o contato estabelecido, fez-se necessário definir algumas configurações para definir como o programa deve tratar a interferência, conforme mostrado na Figura 33. A primeira chama-se *Type*, e diz respeito ao tipo de contato entre as duas faces, isto é, se existe atrito ou não entre elas, se elas estão coladas ou se pode haver ou não a separação das faces. Para a análise presente neste trabalho optou-se por estabelecer um contato com atrito baixo, com coeficiente de atrito igual a 0,002.

Desta forma, ao se deformarem durante o ajuste ambos os corpos experimentam um atrito entre si, porém com um valor baixo de modo a não interferir substancialmente na análise. A presença do atrito contribui para melhorar o processo de convergência da solução numérica.

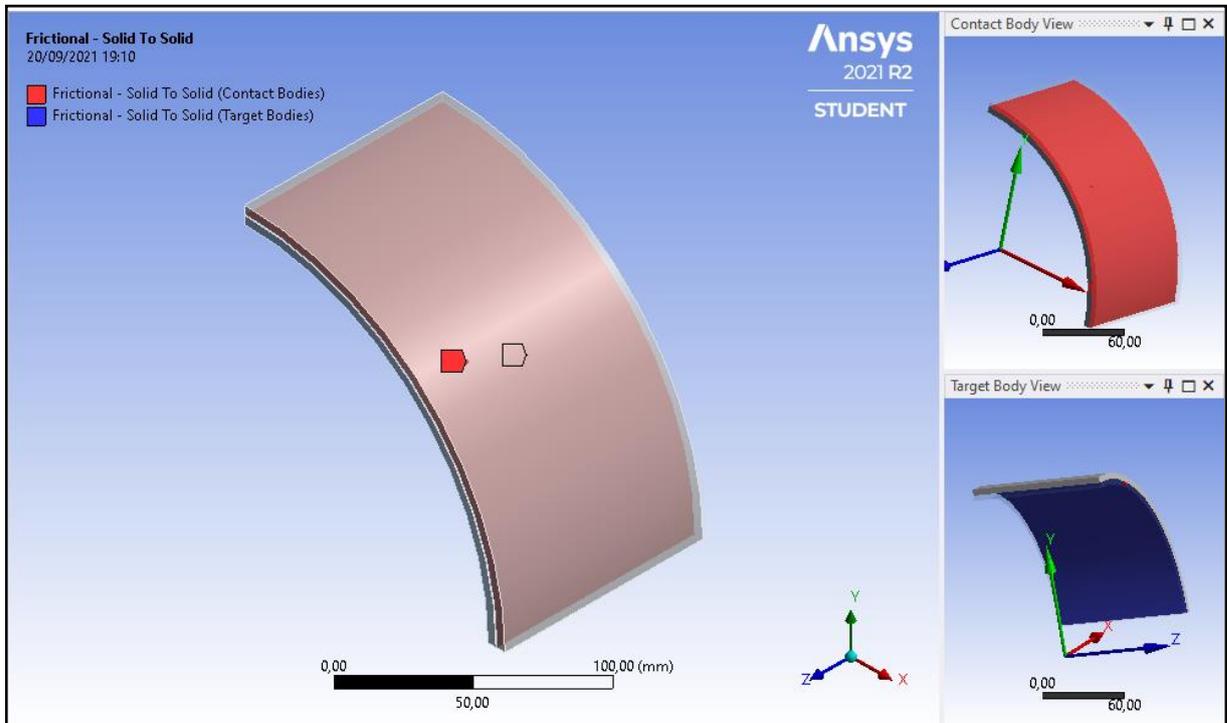


Figura 32 - Interfaces de contato. Fonte: Os Autores

A segunda configuração é chamada de *Interface Treatment* e define como o programa deve solucionar a interferência, isto é, se a interferência será resolvida em um só *load step* ou em pequenos incrementos em diferentes *load steps*. Para uma melhor convergência e precisão na análise, optou-se pela configuração de resolução em diversos passos, denominada *Add Offset, Ramped Effects*.

Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Contact	1 Face
Target	1 Face
Contact Bodies	Solid
Target Bodies	Solid
Protected	No
Definition	
Type	Frictional
<input type="checkbox"/> Friction Coefficient	2,e-003
Scope Mode	Manual
Behavior	Program Controlled
Trim Contact	Program Controlled
Suppressed	No
Advanced	
Formulation	Program Controlled
Small Sliding	Program Controlled
Detection Method	Program Controlled
Penetration Tolerance	Program Controlled
Elastic Slip Tolerance	Program Controlled
Normal Stiffness	Program Controlled
Update Stiffness	Program Controlled
Stabilization Damping Factor	0,
Pinball Region	Radius
Pinball Radius	1, mm
Time Step Controls	None
Geometric Modification	
Interface Treatment	Add Offset, Ramped Effects
<input type="checkbox"/> Offset	0, mm
Contact Geometry Correction	None

Figura 33 - Configurações de contato. **Fonte:** Os Autores

O problema de movimento de corpo rígido ocorre em análises de elementos finitos quando se realiza uma análise onde os corpos estudados não possuem restrições suficientes para garantir o equilíbrio, o que impossibilita o programa de encontrar uma única solução para a análise. Para fixar devidamente os corpos, optou-se por aplicar restrições de movimento em y na área transversal inferior do modelo, como observado na Figura 34, e restrições de movimento em x nas faces interiores de ambos os corpos, como evidenciado na Figura 35. Além dessas restrições, o modelo teve seu movimento em z fixado na face traseira, conforme a Figura 36.

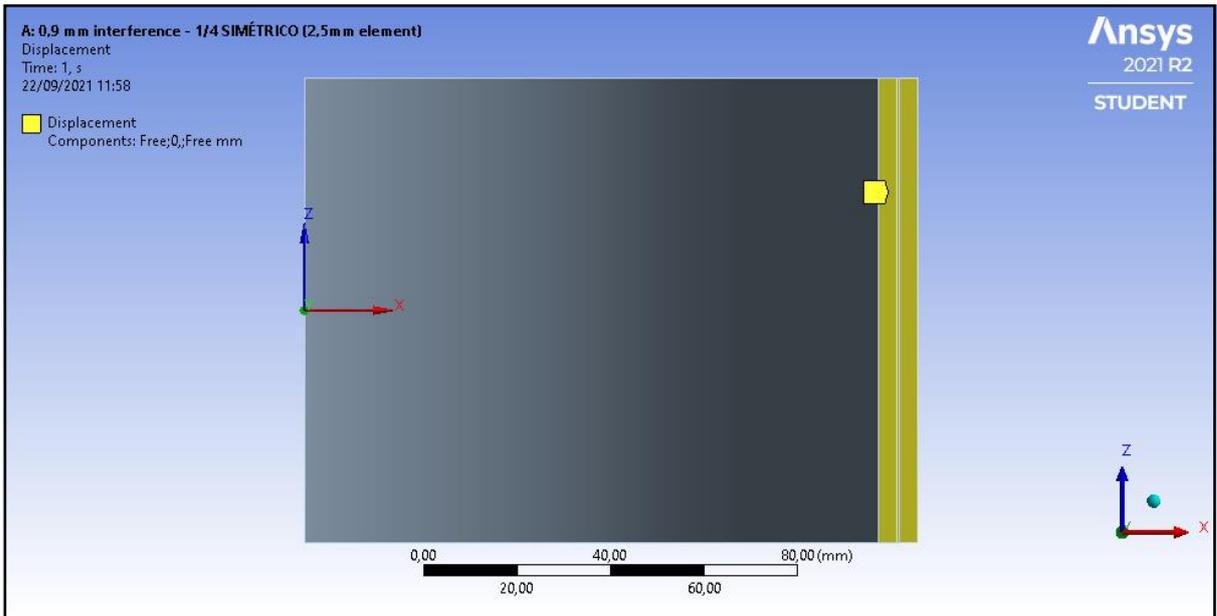


Figura 34 - Restrição na face inferior. Fonte: Os Autores

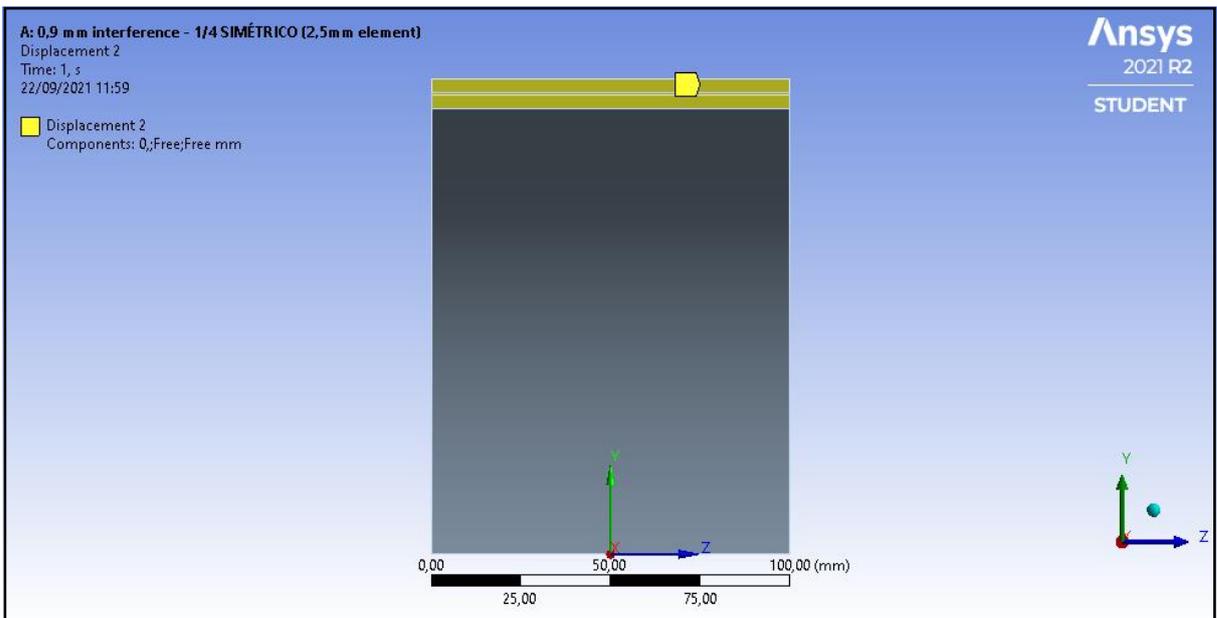


Figura 35 - Restrição nas faces inferiores. Fonte: Os Autores

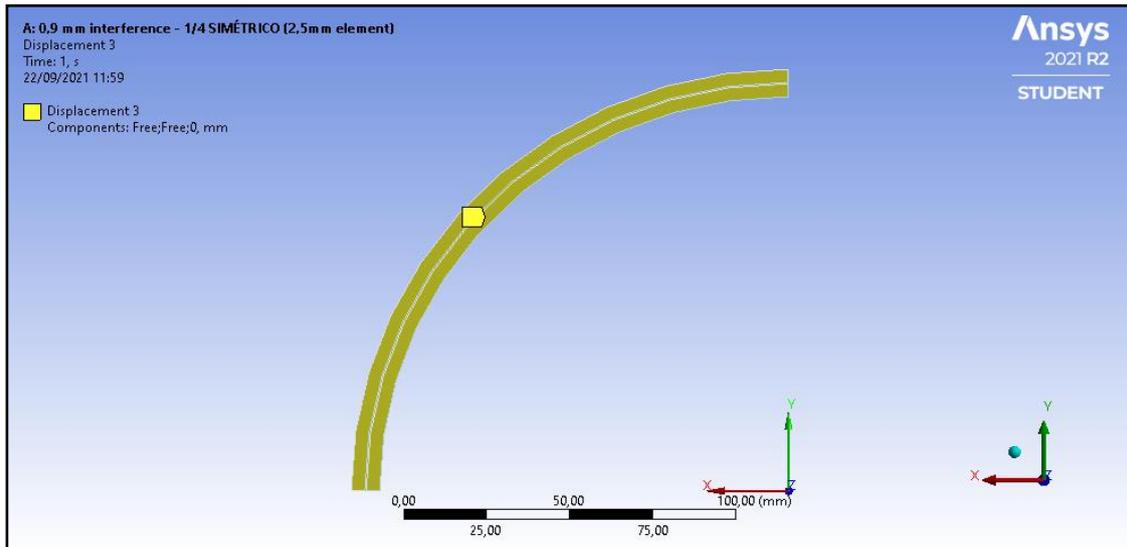


Figura 36 - Restrição na face traseira. **Fonte:** Os Autores

É importante destacar que, nas uniões por interferências existem regiões que não estão em contato (superfície livre do cilindro interno). Nos limites dessas regiões são desenvolvidos altos valores de tensão pois elas agem como concentradores de tensão. No entanto, essas regiões não são consideradas nos modelos analíticos apresentados anteriormente e não serão consideradas na análise de comparação dos resultados.

Finalmente, com as configurações de análise estabelecidas, foram realizadas oito simulações distintas, refinando a malha a cada simulação. Essas análises têm como objetivo analisar a convergência dos valores encontrados e será explorada na próxima seção.

4.2. ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA

Para que se possa ter confiabilidade no modelo numérico elaborado é necessário realizar uma análise de convergência. Nela, a malha é refinada a cada simulação e os resultados obtidos são comparados após cada resolução. Dessa forma é possível analisar se o modelo está bem elaborado e coerente à medida que os resultados estabilizam com o refino da malha.

Tabela 2: Pressão de contato em cada simulação. Fonte: Os Autores

Tamanho do elemento [mm]	número de elementos	Pressão de Contato máxima [MPa]	Pressão de Contato mínima [MPa]
50	44	12,521	12,355
40	78	12,53	12,371
30	112	12,53	12,435
20	210	12,56	12,443
10	820	12,652	12,452
5	1620	12,984	12,307
3	9112	13,166	12,329
2,5	12960	13,268	12,328

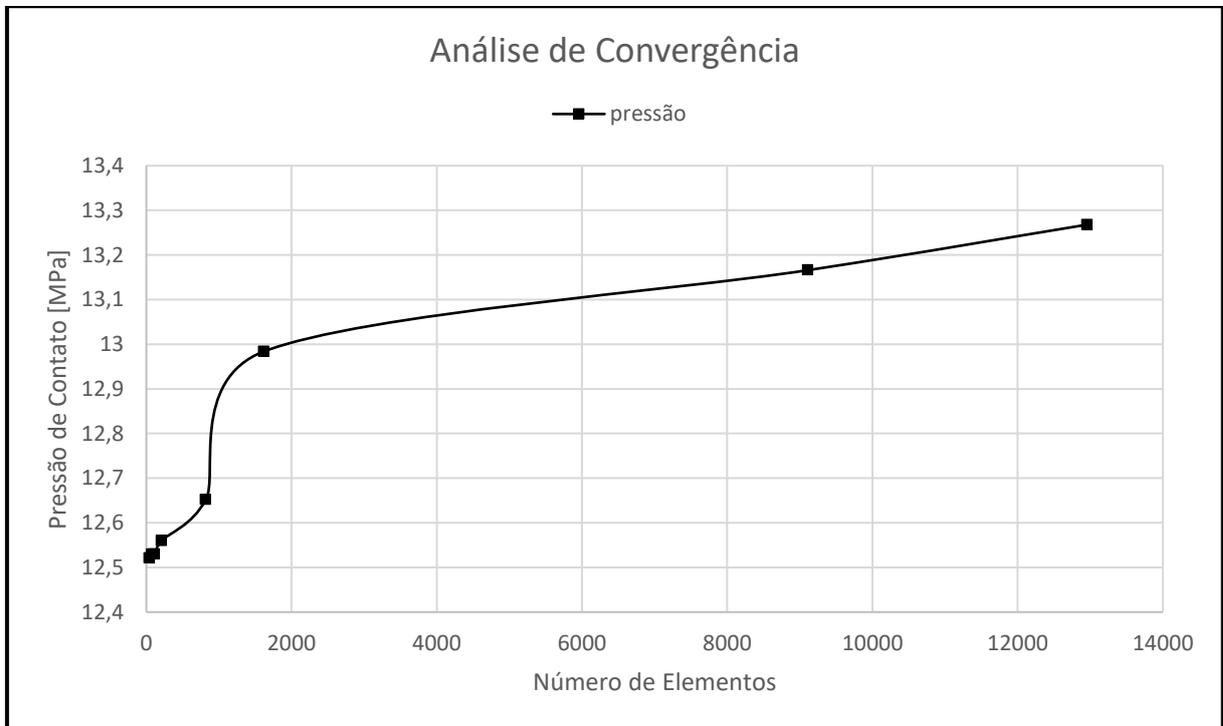


Figura 37 - Gráfico da análise de convergência. Fonte: Os Autores

A Figura 37 mostra os valores máximos de pressão de contato obtidos por número de elementos usados em cada simulação no processo de análise de convergência. Os valores sofrem incrementos cada vez menores após redução do tamanho do elemento, e a tendência é que estabilizem em um valor associado à solução correta. Apesar da curva na Figura 37 apresentar uma tendência de crescer linearmente, observa-se que a diferença entre os valores encontrados nas últimas simulações é menor que 1%. Portanto, entende-se que a convergência ocorra para um número de elementos próximo aos utilizados. Devido às limitações na quantidade

de elementos por simulação no pacote de versão de estudante do ANSYS, não foi possível refinar ainda mais a malha. É recomendado, para trabalhos futuros, a realização de simulações com malhas mais refinadas por meio de um pacote completo do software de elementos finitos, em meio a confirmar a convergência do modelo numérico.

Após realizar as simulações no ANSYS, foi possível obter os dados mostrados na Tabela 2. Nela estão expostos os valores máximos e mínimos encontrados para a pressão de contato em cada simulação. Foram realizadas oito simulações, reduzindo o tamanho do elemento em cada uma delas. Os tamanhos de elementos utilizados foram de 50, 40, 30, 20, 10, 5, 3 e 2,5 mm. As figuras 38 a 45 mostram a distribuição da pressão de contato entre os dois elementos para cada simulação.

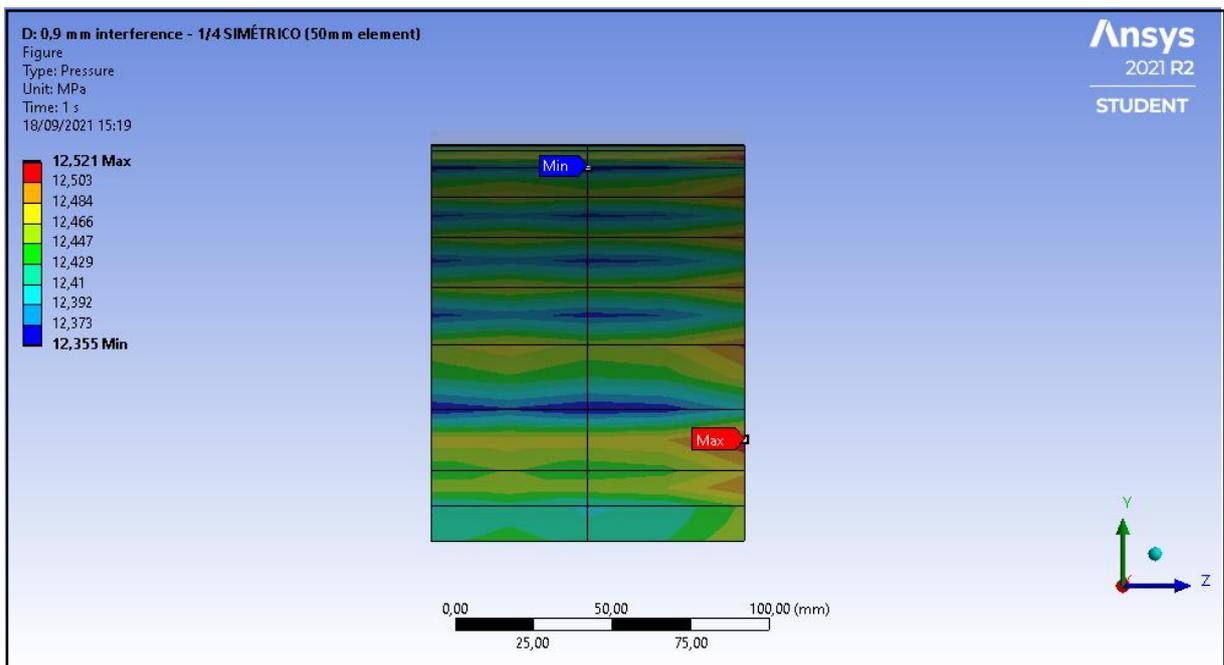


Figura 38 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanhos de 50mm.
Fonte: Os Autores

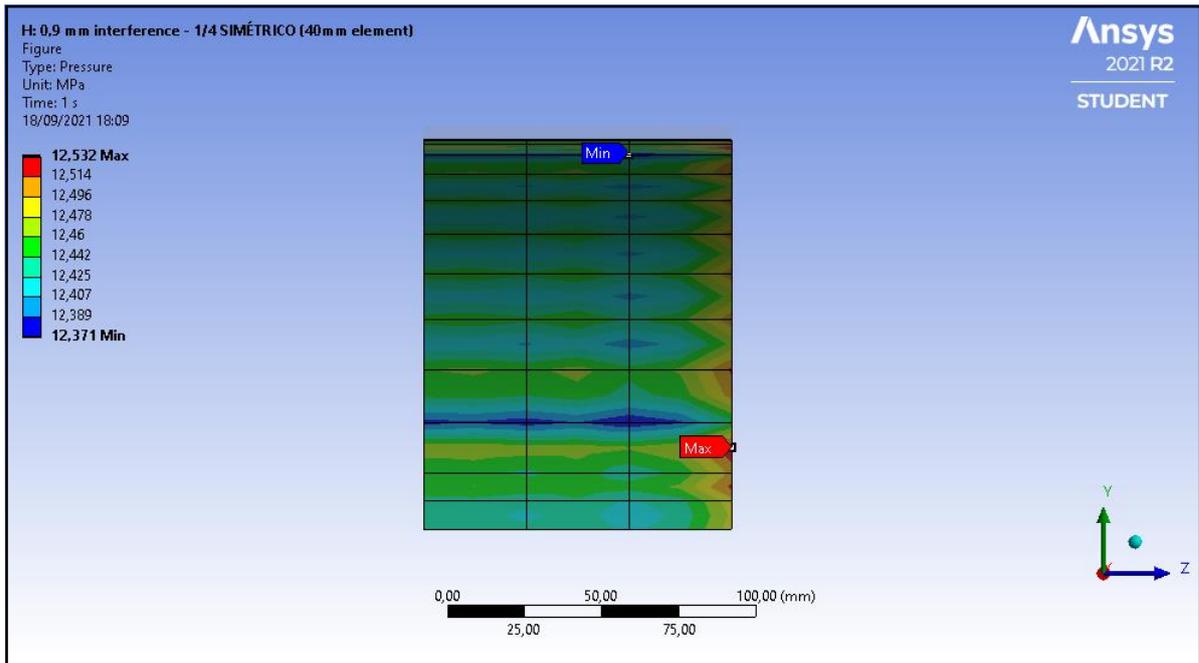


Figura 39 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanhos de 40mm.
Fonte: Os Autores

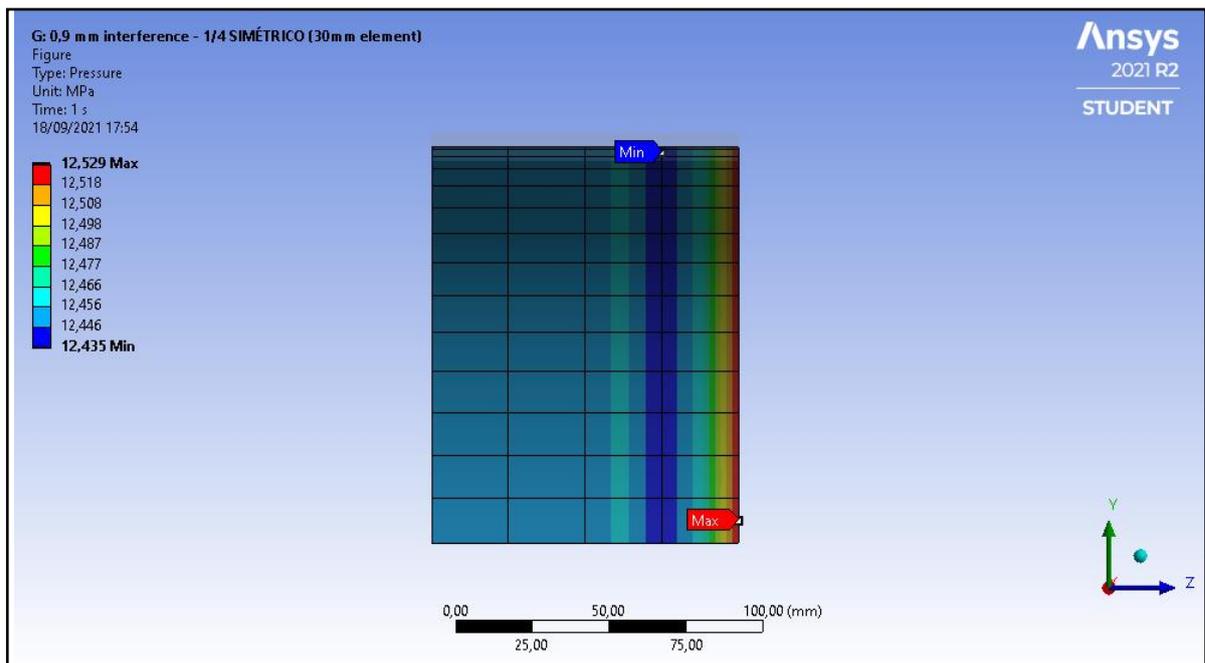


Figura 40 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanhos de 30mm.
Fonte: Os Autores

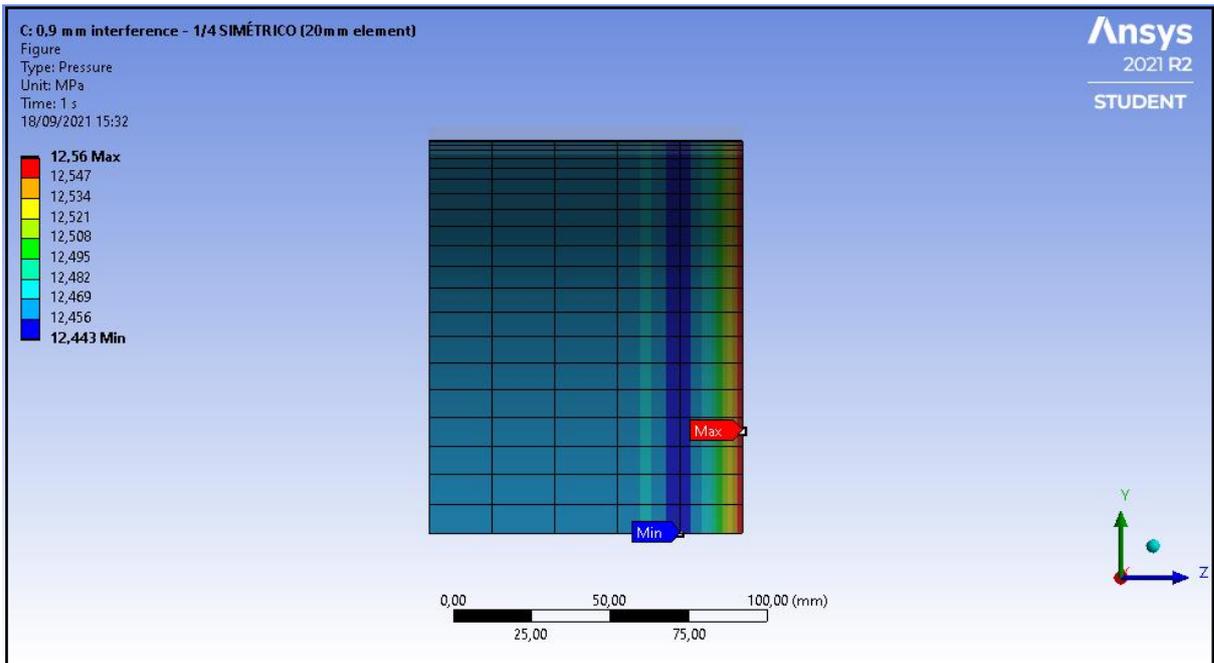


Figura 41 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanhos de 20mm.
Fonte: Os Autores

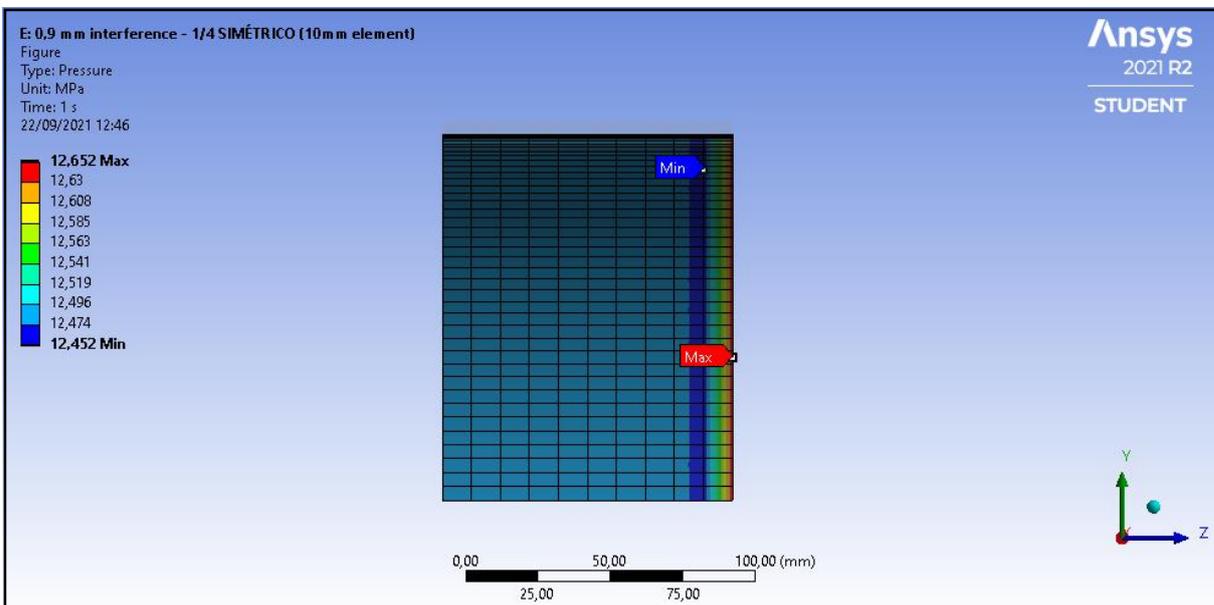


Figura 42 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanho 10mm. **Fonte:** Os Autores

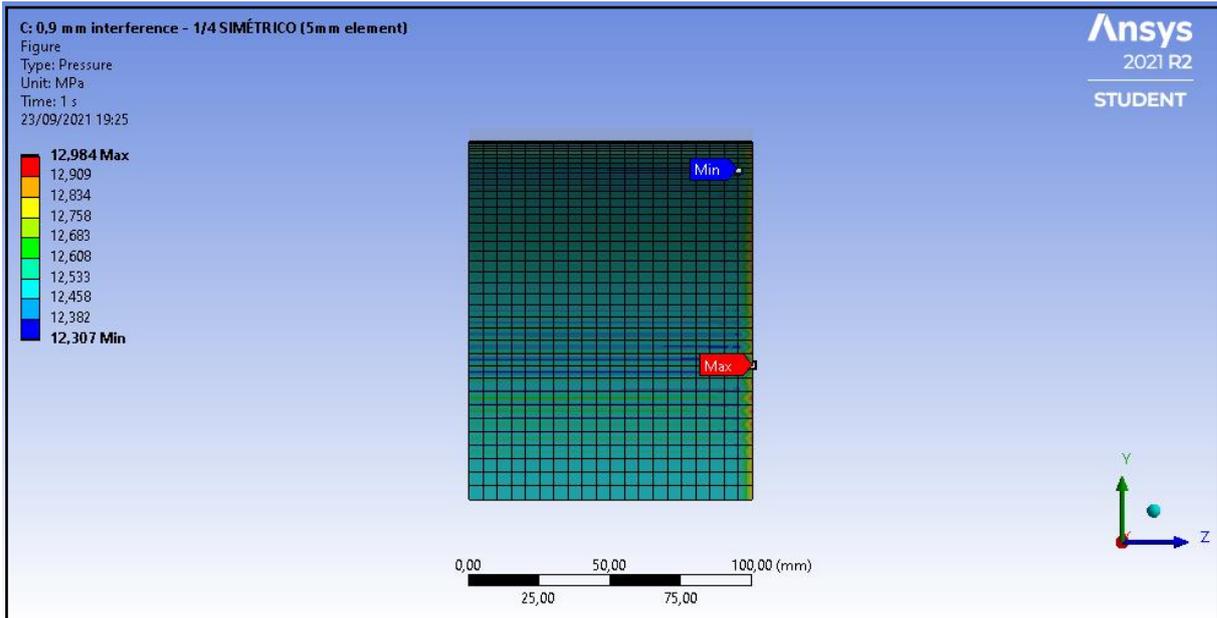


Figura 43 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanho 5mm. **Fonte:** Os Autores

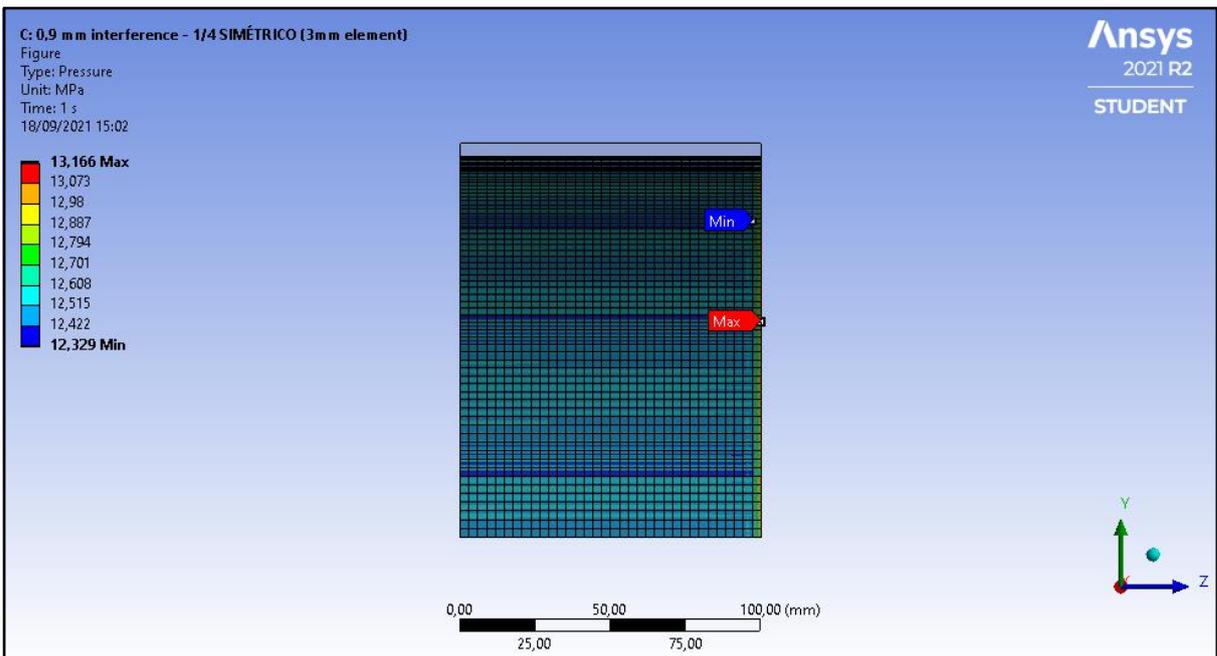


Figura 44 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanho 3mm. **Fonte:** Os Autores

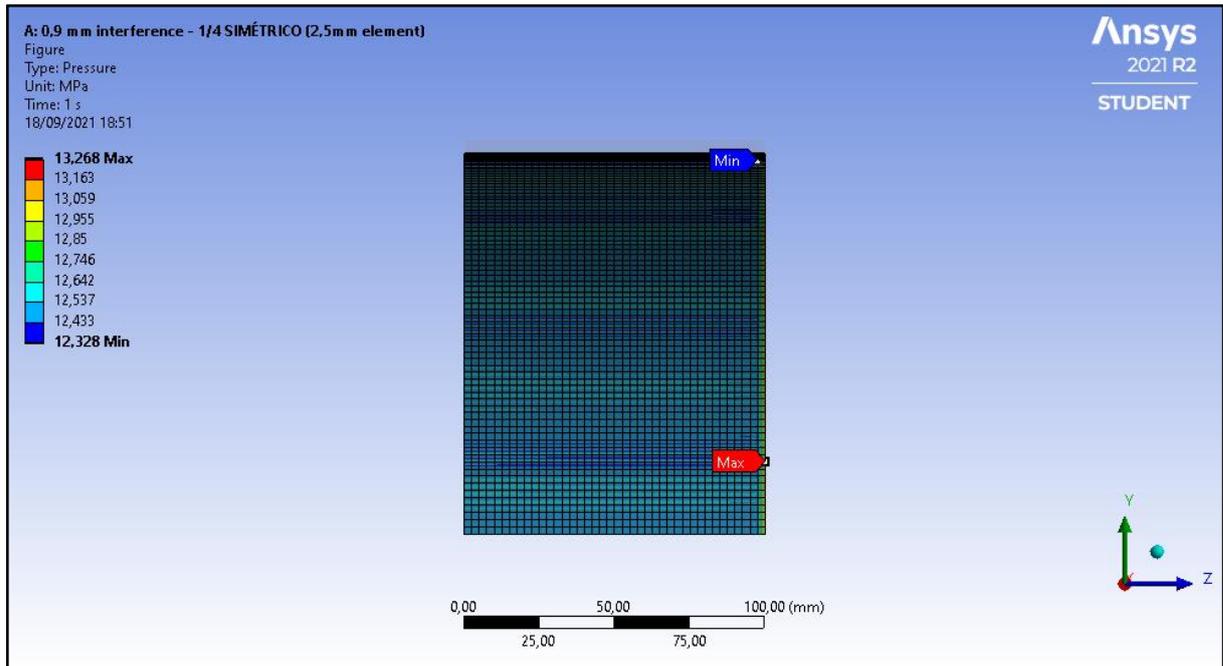


Figura 45 - Distribuição de pressão de contato para elementos de tamanho 2,5mm. **Fonte:** Os Autores

Percebe-se que após cada simulação os resultados encontrados recebem pequenos incrementos, finalizando em 13,268 MPa para o elemento de tamanho 2,5 mm. A diferença entre a pressão máxima encontrada e a pressão mínima é de 7%. Uma vez que a diferença não é muito expressiva, optou-se por utilizar a pressão máxima como parâmetro de comparação.

Para a mesma configuração avaliada no modelo numérico, as equações de Campos e Hall (2019) e Zhou (2016) determinam uma pressão de contato de 13,49 MPa, o que representa uma diferença de 1,65% entre os valores. Ainda, se compararmos o valor encontrado na simulação numérica com o previsto pelo modelo analítico desenvolvido no trabalho de 13,02 MPa, obtém-se uma diferença de 1,9%.

Ainda, por meio da ferramenta de pós processamento *Contact Status* do *ANSYS Workbench 2021 R2*, é possível verificar se os dois cilindros estão em contato. A Figura 46 mostra que, após a resolução da interferência, o status de contato entre os elementos é *Sliding*, o que significa que os cilindros estão em contato e podem deslizar entre si com atrito.

Os status *Far* e *Near* são exibidos quando, ao final da simulação, as superfícies não estão mais em contato. Já o status *Sticking* é apresentado quando as faces estão coladas, impossibilitando qualquer movimento relativo entre si. O quinto e último status é o *Over Constrained*, o qual indica que os corpos possuem mais fixações do que necessário, podendo causar tensões residuais elevadas.

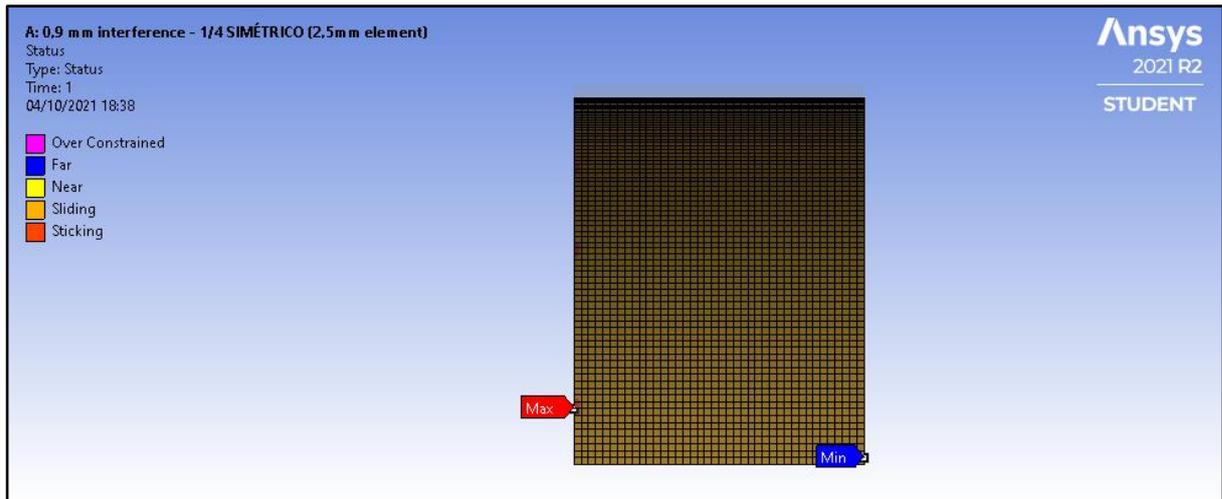


Figura 46 - Status de contato entre os cilindros. **Fonte:** Os Autores

5 DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Neste capítulo serão avaliados os resultados obtidos através das simulações numéricas juntamente aos obtidos pelos modelos analíticos explorados no Capítulo 3 deste trabalho. Primeiramente, serão analisados os resultados obtidos para a pressão de contato entre os componentes de uma união por interferência. Nesta análise, os valores encontrados através do método de elementos finitos serão considerados como referência por apresentarem a distribuição de pressão de forma mais precisa. Em seguida serão discutidos os estados de tensão dos componentes da união por interferência e os critérios de resistência para os cilindros acoplados.

5.1. PRESSÃO DE CONTATO

Em meio a avaliar a precisão da equação desenvolvida neste trabalho foram realizadas comparações com outras expressões concebidas por autores distintos acerca do mesmo estudo. Além disso, o modelo desenvolvido foi comparado com um modelo numérico simulado no programa *ANSYS Workbench 2021 R2*.

Ao comparar modelos distintos que descrevem o mesmo processo de união por interferência entre dois cilindros, espera-se encontrar diferenças entre os resultados obtidos. Para os casos estudados neste trabalho, essas diferenças mantêm-se abaixo de 5% para valores de razão entre diâmetro e espessura maiores que 20. Isto significa que, ao analisar cilindros de paredes cada vez mais finas, as equações tendem a prever os mesmos valores.

Sob a perspectiva do modelo desenvolvido neste trabalho, o aumento da razão D/t implica em um decréscimo nos valores da rigidez dos elementos macho e fêmea, o que implica em uma menor pressão de ajuste necessária para unir os dois componentes. Por outro lado, a interferência entre os cilindros funciona de forma contrária, ao passo que ao aumentar o seu valor a pressão entre os elementos interno e externo aumenta. Isso ocorre uma vez que, para maiores interferências é necessário

deformar mais material, o que requer tensões maiores e por consequência resulta em uma pressão de contato elevada.

Os comportamentos previamente descritos puderam ser evidenciados nas análises comparativas feitas no Capítulo 3. As Figuras 17, 20 e 22 mostram como os valores de pressão encontrados utilizando os diferentes modelos tendem a diminuir com o aumento da razão D/t . Além disso, as Figuras 18, 19, 21 e 23 ilustram o comportamento decrescente da diferença dos valores previstos entre os modelos, conforme a mesma razão aumenta, tomando valores menores que 6% para razões maiores que 20.

Essas análises comparativas indicam uma boa precisão do modelo desenvolvido neste trabalho. Para reforçar a análise, desenvolveu-se um modelo numérico, como visto no Capítulo 4, os resultados obtidos através de simulações numéricas utilizando o pacote computacional ANSYS para a pressão de contato resultante de um ajuste por interferência, também são muito próximos dos valores obtidos pelas expressões das equações apresentadas no Capítulo 3, incluindo a proposta neste trabalho.

Além das simulações feitas no Capítulo 4, outras geometrias foram testadas para verificar os valores encontrados fora da razão de diâmetro sobre espessura utilizada previamente. A Figura 47 mostra os resultados, onde pode-se observar que os valores previstos pelo modelo de Campos e Hall (2019), pelo modelo desenvolvido neste trabalho e através da simulação numérica são praticamente os mesmos.

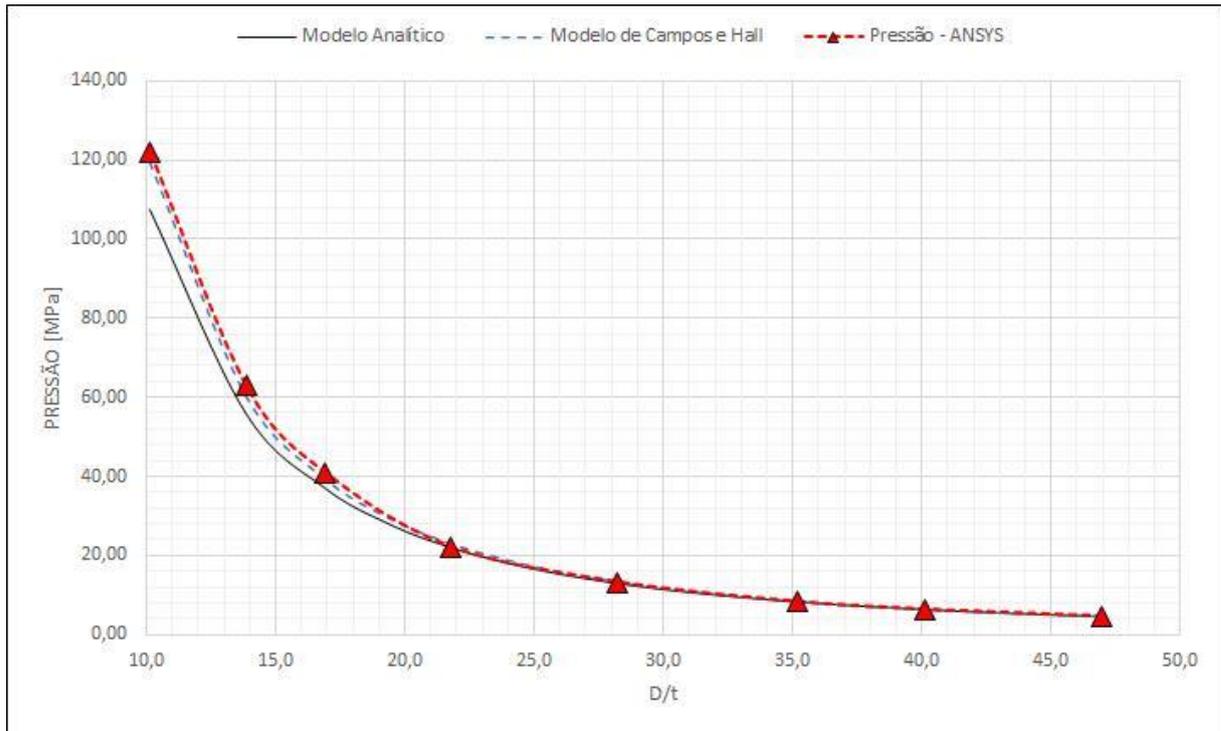


Figura 47 - Comparação entre o modelo analítico desenvolvido, a equação feita por Campos e Hall (2019) e o modelo numérico. **Fonte:** Os Autores

De maneira geral, as comparações feitas ao longo deste trabalho mostram que a equação para determinar a pressão de contato desenvolvida possui boa precisão. No entanto, é necessário salientar que algumas premissas devem ser respeitadas para que a equação seja devidamente utilizada:

- 1) Ambos os componentes a serem unidos devem ser cilíndricos;
- 2) Os cilindros devem ter paredes finas ($D/t > 20$);
- 3) Os cilindros devem ser de mesmo material;

Além de determinar a pressão de contato desenvolvida em um ajuste por interferência, é importante determinar se os componentes estão sofrendo deformações plásticas, de modo a não afetar a sua integridade estrutural. Para tanto, nas próximas seções serão discutidos estados de tensão, além dos critérios e análises de falhas para a união por interferência.

5.2. ESTADOS DE TENSÃO

Uma vez que a análise desenvolvida neste trabalho possui a limitação de $D/t > 10$, pode-se considerar que o comportamento do macho e da fêmea será análogo aos de vasos de pressão de paredes finas.

COLLINS (2006) cita que para ser classificado como vaso de pressão de paredes finas, a parede deva ser suficientemente fina para satisfazer à hipótese de que a componente de tensão radial na parede, σ_r , seja desprezível quando comparada a tensão circunferencial (σ_c) e que a tensão circunferencial seja uniforme ao longo da espessura. Logo, quando a espessura t é igual ou maior que 10 vezes do diâmetro d , o vaso de pressão pode ser considerado com um vaso de pressão de paredes finas.

De acordo com Budynas e Nisbett (2016), as tensões circunferenciais (σ_c) e longitudinais (σ_l) desenvolvidas em cada cilindro podem ser expressas como:

$$\sigma_c = \sigma_1 = \frac{pr}{t} \quad (28)$$

$$\sigma_l = \sigma_2 = \frac{pr}{2t} \quad (29)$$

Onde, p é a pressão de contato entre os cilindros, r é o raio de cada cilindro e t a espessura. É importante destacar que, para o componente interno a pressão será aplicada externamente, ao passo que no cilindro externo a mesma pressão é aplicada no seu interior. A Figura 48 ilustra as tensões atuantes nos cilindros.

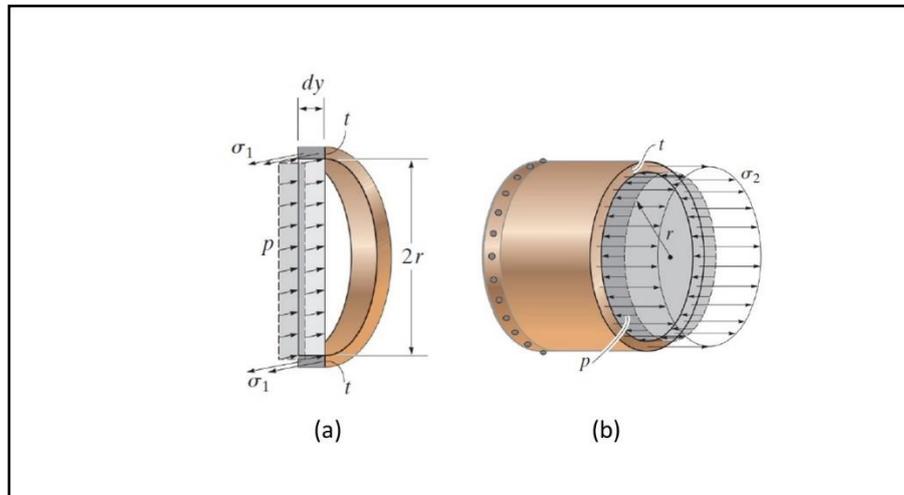


Figura 48 - (a) Tensão tangencial em cilindros de paredes finas. (b) Tensão circunferencial em cilindro de paredes finas. **Fonte:** Budynas e Nisbett, 2016

Neste caso não será considerada a tensão longitudinal ($\sigma_l = \sigma_2$), uma vez que para os dois elementos não existe esta tensão que ocorre devido ao efeito dos tampos em vasos de pressão.

Como dito anteriormente, a tensão circunferencial é constante ao longo de toda a espessura dos cilindros acoplados. No entanto, os elementos próximos às superfícies de contato também experimentam uma tensão de compressão devido à pressão de contato. A Figura 49 ilustra o estado de tensão de um elemento próximo a região de contato entre os cilindros e outro elemento fora da região de contato. Observa-se que, para o primeiro, as tensões principais são:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_c \\ \sigma_y &= -p \\ \sigma_z &= \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0\end{aligned}$$

Já os elementos fora da superfície de contato experimentarão somente a tensão circunferencial σ_c .

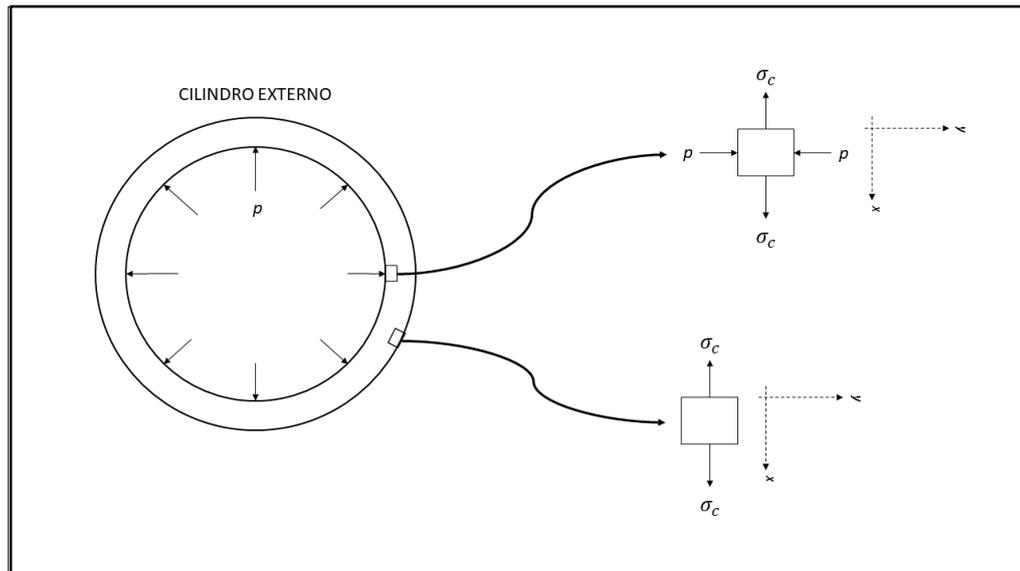


Figura 49 - Estado de tensão do cilindro externo. **Fonte:** Os Autores

Vale ressaltar que a tensão σ_y possui um valor muito inferior à tensão σ_x , em torno de 10 vezes menor. No entanto, apesar de pouco influenciar no estado de tensão dos elementos, essa tensão será considerada para realização do cálculo de tensão equivalente.

5.3. CRITÉRIOS DE RESISTÊNCIA

Para fins de projetos mecânicos, é necessário definir os critérios de resistência para os componentes estudados de forma a dimensioná-los corretamente, evitando sua plastificação e possível falha.

Segundo Collins (2006), em aplicações de ajuste por interferência, como o caso de cubo pressionado sobre um eixo, os modos de falha podem incluir escoamento, ruptura dúctil, ruptura frágil (provavelmente induzida por uma interferência diametral inadequada), fadiga iniciada nas regiões de concentração de tensões nas extremidades do cubo.

De acordo com Budynas e Nisbett (2016), o critério de falha de von Mises considera que o escoamento ocorre quando a energia de distorção por unidade de volume se iguala ou excede o valor da energia de distorção por unidade de volume

necessária para escoar o material em tensão uniaxial (tração ou compressão). Matematicamente, o critério pode ser expresso da seguinte forma:

$$\sigma^{eq} \geq S_y \quad (30)$$

onde:

$$\sigma^{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad (31)$$

Para os casos estudados neste trabalho, pode-se substituir os valores de pressão encontrados na Eq. (28) em meio a obter a tensão circunferencial presente nos cilindros. Ainda, pode-se somar a essa tensão, a pressão de contato que age como tensão compressiva nos elementos presentes na superfície de contato. Dessa forma, em termo das tensões principais, temos:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_x = \sigma_c \\ \sigma_2 &= \sigma_y = -p \\ \sigma_3 &= \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \end{aligned}$$

Logo, a tensão equivalente de von Mises pode ser reescrita para os cilindros da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \sigma^{eq} &= \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - 0)^2 + (0 - \sigma_1)^2}{2}} \\ \sigma^{eq} &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2} \end{aligned} \quad (32)$$

Utilizando a Eq. (32) foram calculadas as tensões equivalentes para diferentes geometrias de união por interferência entre cilindros de paredes finas. Os resultados obtidos foram comparados às tensões equivalentes de von Mises obtidas pelo método de elementos finitos e podem ser observadas na Tabela 3.

Tabela 3: Comparação entre as tensões equivalentes encontradas para o cilindro externo. Fonte: Os Autores

Tensão Equivalente von Mises prevista [MPa]	Tensão Equivalente de von Mises obtida pelo ANSYS [MPa]	Diferença percentual entre os valores encontrados
1042,14	1262,3	-17,44 %
751,43	872,96	-13,92 %
609,93	695,55	-12,31 %
470,76	485,12	-2,96 %
361,01	368,97	-2,16 %
288,59	293,27	-1,59 %

Como observado anteriormente neste capítulo, a pressão de contato obtida através do modelo desenvolvido neste estudo é menor do que a encontrada pelo método de elementos finitos. Isto pode ser evidenciado também na tensão equivalente obtida pelos modelos.

Salienta-se ainda que, assim como observado no estudo da pressão de contato, a diferença entre as tensões equivalentes diminui com o aumento da razão entre diâmetro e espessura.

É importante ressaltar que os valores comparados se referem ao cilindro externo, uma vez que ele sofre as maiores tensões e representa o componente crítico da montagem. As Figuras 50 e 51 ilustram a distribuição de tensão do cilindro interno e externo de dimensões iguais as apresentadas na Tabela 1. Pelas ilustrações pode-se constatar que o elemento mais tensionado é o cilindro externo, o que o torna o componente mais crítico.

Além disso, pode-se observar nas Figuras 50 e 51 que em ambos os cilindros possuem regiões mais tensionadas, próximas à superfície livre da direita. Isso ocorre uma vez que os elementos desta região estão livres para se deformar em Z fazendo com que esses elementos se deformem em outras direções também, por efeito de Poisson. Como consequência, essa região possui valores de tensões mais elevados quando comparados com o restante do cilindro. Essa ocorrência é denominada como

efeito de borda, e não ocorre na região da esquerda, uma vez que ela está fixada na direção Z.

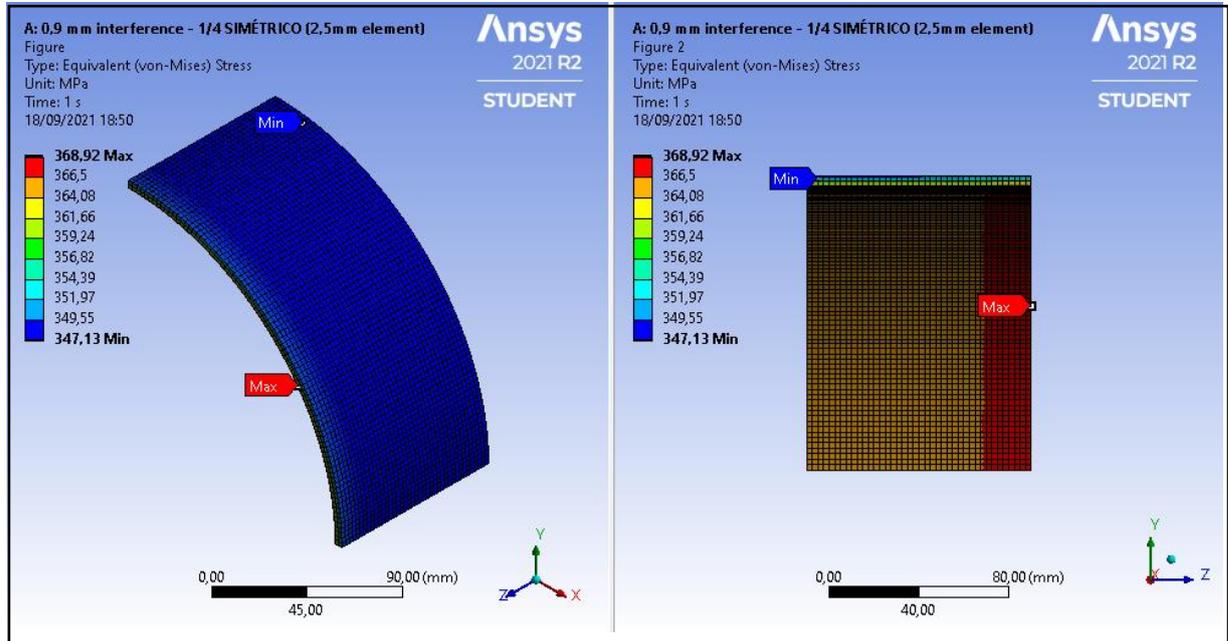


Figura 50 - Tensão equivalente de von Mises para o cilindro externo. Fonte: Os Autores.

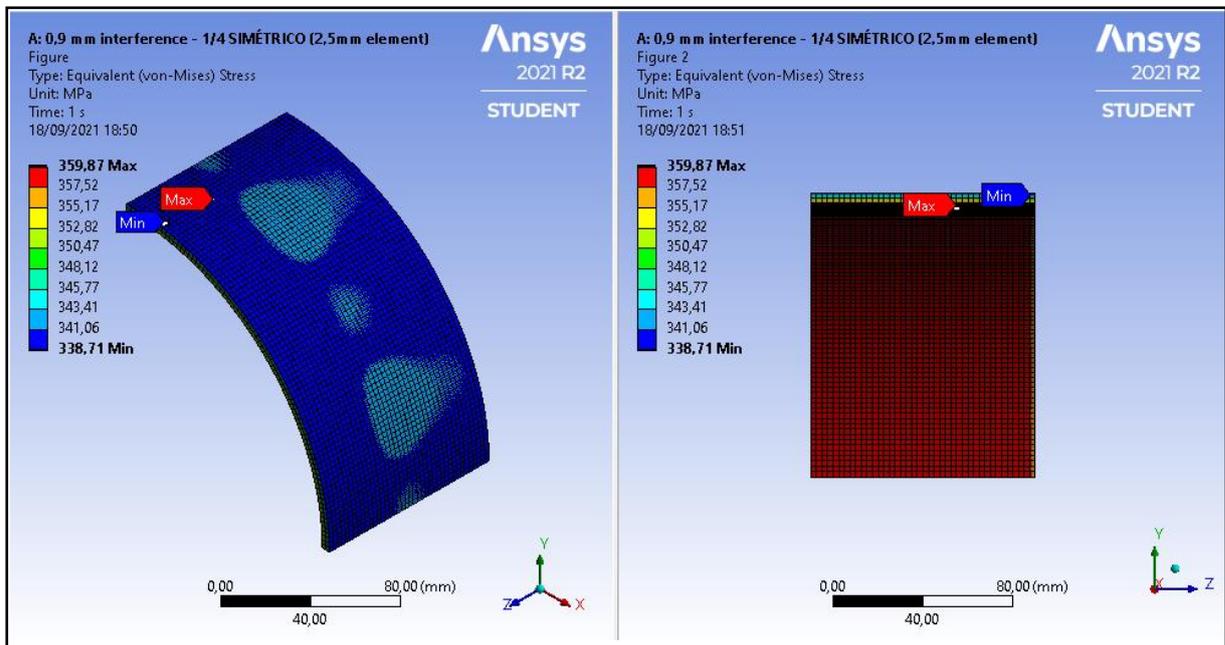


Figura 51 - Tensão equivalente de von Mises para o cilindro interno. Fonte: Os Autores.

6 PROJETO PARA A INTERFERÊNCIA ADEQUADA

Deseja-se analisar como a pressão de contato proveniente de uma união por interferência influencia as tensões existentes em cada componente. Essa análise permite avaliar a integridade de funcionamento dos componentes.

Para isso, neste capítulo serão estudados dois casos distintos onde deseja-se utilizar uma união por interferência. No primeiro caso, pretende-se unir uma engrenagem à um eixo com o objetivo de transmitir torque. Já o segundo estudo se refere ao uso de luvas de união por interferência para junção de uma tubulação que deve operar sob uma pressão determinada.

6.1. CAPACIDADE DE TORQUE EM AJUSTES POR INTERFERÊNCIA

Norton (2013) descreve que o torque que poderá ser transmitido por ajuste por interferência pode ser definido em termos da pressão de contato p , o que cria uma força de atrito no raio do eixo. A Eq. (36) descreve o torque em função da pressão de contato.

$$T = \frac{\pi D^2 \mu p l}{2} \quad (33)$$

Onde l é o comprimento do cubo engajado, D é o diâmetro do eixo, μ é o coeficiente de atrito entre o eixo e o cubo e p é a pressão de contato entre os componentes.

Para a demonstração do uso prático do modelo analítico desenvolvido, foi selecionado um problema adaptado de Collins (2006), exercício 9-4.

Deseja-se utilizar um ajuste por interferência para unir um pinhão motriz a um eixo. O pinhão transmite um torque de 1500 N.m, que deverá ser transferido pelo ajuste por interferência. Sabendo que ambos os elementos são feitos do mesmo material (Aço SAE 1020 baixo carbono, laminado a frio) e que ambos podem ser adequadamente aproximados à dois cilindros de paredes finas, deve-se determinar a interferência mínima e máxima para que o torque possa ser transmitido sem que haja

escoamento de nenhum componente. Para o projeto será considerado um coeficiente de atrito de 0,11. Na Tabela 4 são apresentados os dados do problema e na Figura 52 é exposta uma representação esquemática do problema.

Tabela 4: Propriedades mecânicas e dimensões. Fonte: Os Autores

DIMENSÕES DE MONTAGEM	EIXO	PINHÃO
DIÂMETRO INTERNO [mm]	108	113
DIÂMETRO EXTERNO [mm]	113	118
MÓDULO DE ELASTICIDADE [GPa]	207	207
COEFICIENTE DE ATRITO	0,11	0,11
COMPRIMENTO [mm]	-	70



Figura 52 - Esquema de instalação do pinhão no eixo. Fonte: Os Autores

Primeiramente, define-se a pressão mínima de contato utilizando a equação 33:

$$p_{\min} = \frac{2.T}{\mu \cdot \pi \cdot D^2 \cdot L} = 9,71 \text{ MPa}$$

Com o valor da pressão mínima de contato para o Torque aplica, deve-se determinar qual a interferência mínima entre o eixo e o cubo, utilizando a Eq. (13):

$$i = p \cdot \left[\frac{1}{k_{eixo}} + \frac{1}{k_{cubo}} \right] \cdot \pi \cdot D \cdot L = 0,00000586 \text{ m} = 0,0586 \text{ mm}$$

Onde D é o diâmetro na interferência (interface de contato entre eixo e cubo) e L o comprimento do cubo. Ainda, a rigidez do cubo e do eixo podem ser determinadas com a equação 6:

$$k_{eixo} = \frac{4 \cdot \pi \cdot L \cdot E \cdot t}{D} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 0,07 \cdot 207 \cdot 10^9 \cdot 0,005}{0,108} = 8,42 \cdot 10^9 N/m$$

$$k_{cubo} = \frac{4 \cdot \pi \cdot L \cdot E \cdot t}{D} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 0,07 \cdot 207 \cdot 10^9 \cdot 0,005}{0,113} = 8,05 \cdot 10^9 N/m$$

Definida a interferência mínima, devem ser calculadas as tensões desenvolvidas em ambos os componentes, utilizando a Eq. (28):

$$\sigma_x = \sigma_c = \frac{pD}{2t} = \frac{9,71 \cdot 10^6 \cdot (0,113)}{2 \cdot (0,005)} = 109,7 \text{ MPa}$$

Além dessa tensão, estará presente também a tensão de cisalhamento devida ao torque. Essa tensão pode ser determinada usando as seguintes equações:

$$\tau_{xy} = \frac{T \cdot R_e}{J}$$

$$J = \frac{\pi \cdot (R_e^4 - R_i^4)}{2}$$

Onde, R_e e R_i representam o raio externo e interno dos cilindros, respectivamente e J é o momento polar de inércia. Substituindo os valores encontramos o seguinte valor de tensão:

$$\tau_{xy} = 29,2 \text{ MPa}$$

Agora é necessário determinar a tensão equivalente de von Mises para o estado de tensão analisado:

$$\sigma^{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma^{eq} = 125,5 \text{ MPa}$$

Se compararmos ao estado de tensão levando em consideração somente o torque aplicado, temos:

$$\sigma^{eq} = 50,57 \text{ MPa}$$

Isto significa que o uso do ajuste por interferência para a união dos elementos representa um aumento de 2,5 vezes o valor da tensão equivalente. Logo, o uso da interferência para essa aplicação deve ser analisado criteriosamente em meio a evitar a sobrecarga da união.

6.2. CAPACIDADE DE PRESSÃO EM JUNTAS POR INTERFERÊNCIA

As uniões por interferência podem ser utilizadas para a união de tubulações. Usualmente, utiliza-se a ligação por compressão de tubos através de luvas para materiais plásticos, como polipropileno e polietileno. No entanto, deseja-se avaliar o desempenho de uma luva de união mecânica metálica para junção de tubos, em meio a determinar se a pressão de contato entre os cilindros irá comprometer a integridade e o funcionamento das tubulações.

Para este estudo, deseja-se determinar se é possível unir os trechos de uma tubulação de água de diâmetro 12 polegadas e espessura 0,25 polegadas. A tubulação opera a uma pressão constante de 250 *psi* (1,72 MPa). O material da tubulação é um aço ASTM A36, com módulo de elasticidade igual a 200 *GPa*.

A Figura 53 ilustra a configuração dos tubos a serem conectados e suas dimensões.

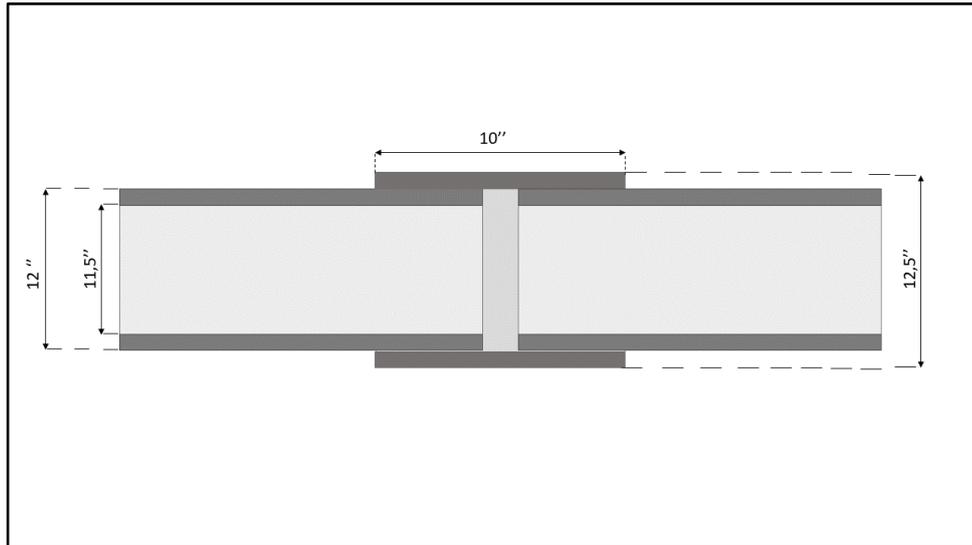


Figura 53 - Esquema da tubulação de água a ser conectada. **Fonte:** Os Autores

Primeiramente, será desenvolvida uma estimativa simplificada para a tensão circunferencial que ocorreria decorrente do efeito da pressão interna na tubulação, sem considerar a pressão de contato entre os tubos. Dessa forma, imaginado uma tubulação de espessura de $\frac{1}{2}$ polegada na região de contato da luva com a tubulação (soma das espessuras da tubulação e a luva):

$$\sigma_c^{pressão} = \frac{pD}{2t} = \frac{1,72 \cdot (12)}{2 \cdot (0,5)} = 20,6 \text{ MPa}$$

Este valor é igual à metade do valor da tensão circunferencial que se desenvolve na tubulação, longe da luva, que é de 41,2 MPa.

Considerando uma interferência de 10% do valor da espessura, pode-se utilizar a Eq. (13) para determinar a pressão de contato entre os tubos e o conector:

$$p_{int.} = \frac{i}{\left(\frac{1}{k_{luva}} + \frac{1}{k_{tubo}}\right) \cdot \pi \cdot L \cdot D}$$

$$p_{int.} = 16,96 \text{ MPa}$$

Tomando a hipótese de pequenas deformações e deslocamentos, o princípio da superposição pode ser aplicado. Dessa forma, a tensão na região de contato entre a luva e a tubulação será dada por:

$$\sigma_c^{int} = \frac{p_{int}D}{2t} = 407,0 \text{ MPa}$$

Logo, a tensão circunferencial presente nos tubos e no conector pode ser calculada somando-se as duas contribuições:

$$\sigma_c = \sigma_c^{press\tilde{a}o} + \sigma_c^{int} = 427,6 \text{ MPa}$$

Observa-se que a tensão promovida pela interferência de 10 % gera valores elevados de tensão circunferencial (407 MPa), o que acaba sobrecarregando a tubulação nessa região. Já valores de interferência de 2% resultariam em tensões associadas ao efeito da interferência de 82,08 MPa e tensões totais de 102,7 MPa, conforme as equações abaixo:

$$\sigma_x^{interf.} = \frac{pD}{2t} = \frac{3,42 \cdot (12)}{2 \cdot (0,25)} = 82,08 \text{ MPa}$$

$$\sigma_x^{total} = \sigma_x^{interf.} + \sigma_x^{press\tilde{a}o} = 102,7 \text{ MPa}$$

Além das tensões circunferenciais, as tensões compressivas provenientes da pressão de contato e da pressão do fluido podem ser determinadas conforme as expressões abaixo:

$$\sigma_y^{press\tilde{a}o} = -p = -1,72 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y^{interf.} = -p_{interf.} = -3,42 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y^{total} = \sigma_y^{press\tilde{a}o} + \sigma_y^{interf.} = -5,14 \text{ MPa}$$

Dessa forma, os efeitos da união por interferência na tensão total nas tubulações devem ser avaliados para que a integridade não seja comprometida. Para isso, utiliza-se a Eq. (32) para determinar a tensão equivalente de von Mises:

$$\sigma_{total}^{eq} = \sqrt{(\sigma_x^{total})^2 + (\sigma_y^{total})^2 - (\sigma_x^{total}) \cdot (\sigma_y^{total})} = 105,3 \text{ MPa}$$

Vale ressaltar que estes cálculos não levam em consideração os efeitos das extremidades livres entre os tubos e as luvas, os quais atuam como concentradores de tensões.

Foi realizada uma simulação do problema proposto usando o método de elementos finitos, através do *software ANSYS Workbench 2021 R2*. Os resultados obtidos pelo modelo numérico podem ser vistos na Figura 54 e são comparados aos previstos pela tensão equivalente de von Mises, utilizando a Eq. (32):

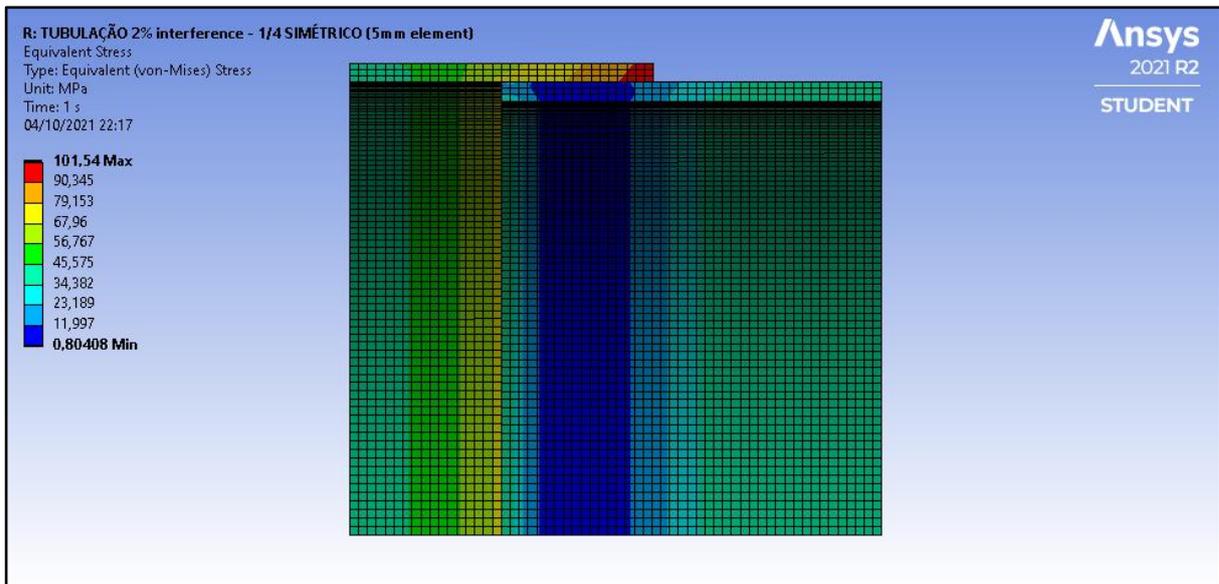


Figura 54 - Distribuição de tensões da união dos tubos. **Fonte:** Os Autores

Primeiramente, observa-se que o cilindro interno está sujeito a tensões menores do que as do cilindro interno. Isso pode ser explicado pelo fato de que a

pressão do fluido atua de forma a atenuar os efeitos da pressão de contato entre os cilindros.

Ainda, no limite das superfícies de contato têm-se regiões concentradoras de tensão. Nessas são desenvolvidos altos valores de tensão que se distinguem daqueles encontrados analiticamente. No entanto, na região de contato, os valores obtidos pelo *software* se aproximam daqueles calculados anteriormente, possuindo a mesma ordem de grandeza.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi avaliar o desempenho de um modelo analítico simplificado proposto para estimar a pressão de contato em juntas por interferência de tubos de paredes finas. Realizou-se uma pesquisa bibliográfica sobre tipos de juntas por interferência, além de suas vantagens e aplicações.

O modelo analítico baseou-se em uma simplificação, considerando os componentes macho e fêmea como molas lineares. Para a validação desta solução analítica, buscou-se na literatura através de artigos, outros modelos e equações que possuíam como objetivo o cálculo da pressão de contato entre componentes com ajuste por interferência.

Frente ao conteúdo obtido na literatura, foram realizadas comparações entre os valores encontrados para cada modelo, a fim de entender de que forma eles se assemelham. Nesta análise, constatou-se que a equação desenvolvida neste trabalho obtém valores muito próximos aos encontrados por outros modelos para razões entre diâmetro e espessura maiores que 20. Além disso, foram encontradas faixas de variações entre os valores de pressão obtidos pela equação desenvolvida e os demais modelos, as quais são menores que 5% para valores de D/t maiores que 20.

A fim de atestar a precisão do modelo desenvolvido, utilizou-se o método de elementos finitos para desenvolver um modelo numérico do problema estudado. O programa *ANSYS Workbench 2021 R2* foi utilizado para desenvolver as simulações numéricas. Foram realizadas diversas simulações com diferentes tamanhos de elementos para analisar a convergência do modelo criado. Os resultados obtidos através das simulações evidenciaram que os valores de pressão encontrados pelo pacote computacional convergem para aqueles previstos pelos modelos analíticos apresentados em capítulos anteriores.

As análises comparativas entre o modelo analítico e o modelo numérico indicam que a equação proposta para obter a pressão de contato entre dois componentes cilíndricos de uma união por interferência pode ser utilizada para prever a pressão de contato em união por interferência de tubos de paredes finas. Com a validação da equação, é possível utilizá-la para auxiliar no dimensionamento de ajustes por pressão de contato. Nestes problemas, faz-se necessário saber a pressão de contato mínima ou máxima empregada no projeto sem que os elementos escoem

ou percam contato. Para isso, foram apresentados critérios falhas empregados para este tipo de união.

O último capítulo deste trabalho exemplifica dois possíveis usos da Eq. (13), dimensionando o ajuste necessário para proporcionar uma pressão mínima de contato. A equação empregada nestes exemplos é de fácil aplicabilidade e pode ser reproduzida para diferentes geometrias, desde que sejam respeitadas as premissas nas quais ela foi construída: ambos os componentes a serem unidos devem ser cilíndricos; os cilindros devem ter paredes finas ($D/t > 20$) e os cilindros devem ser de mesmo material.

Para trabalhos futuros sugere-se:

- A elaboração de um novo modelo analítico que considere juntas por interferência para elementos cilíndricos de paredes espessas.
- A análise de uma luva de união fabricada com liga de memória de forma para também unir duas tubulações. Neste caso, o efeito de memória de forma irá promover o contato entre os elementos e conseqüentemente gerar a pressão de contato que une os tubos. O desempenho deste ajuste por interferência deve ser analisado de modo a evitar que qualquer elemento escoe e que os requisitos de estanqueidade da junta sejam cumpridos.

8 REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BENHAM PP, Crawford RJ, Armstrong CG. **Mechanics of engineering materials**. Harlow, Essex, England: Longman, 2ª ed.1996, p. 627.

BUDYNAS, Richard G.; NISBETT, J. Keith. **Shigley's Mechanical Engineering Design**. New York: McGraw-Hill, 10ª ed. 2015.

CAMPO, E. Alfredo, The Complete Part Design Handbook: For Injection Molding of Thermoplastics, **Hanser Gardner Publications**, Munich; Cincinnati, 2006.

CAMPOS, Urso A.; HALL, David E. Simplified Lamé's equations to determine contact pressure and hoop stress in thin-walled press-fits. **Thin-Walled Structures**, [s. l], v. 138, n. 1, p. 199-207,2019.

COLLINS. J. A., **Projeto mecânico de elementos de máquinas: Uma perspectiva de prevenção da falha**. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

HIBBELER, R. C.; Resistência dos Materiais, 10ª ed. São Paulo, Pearson, 2017.

LEARNING, Ansys. Designating the Contact and Target Sides Properly. Youtube, 6 de ago. de 2020. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=yUhTaTwM-c4>>. Acesso em: 03 de outubro de 2021.

Melo, T.A.A. et al. **Luva com efeito memória de forma modificado para a união de tubulações**. Pedido de Patente BR102013029247-8 A2, data de depósito: 22 out 2013, data de publicação: 12 jul 2016

NORTON, R. L. **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada** / Robert L. Norton; [tradução: Konstantinos Dimitriou Stavropoulos ... et al.]. – 4. ed. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre: Bookman, 2013.

OCHONSKI, W., "Application of shape memory materials in fluid sealing technology", **Industrial Lubrication and Tribology**, Vol. 62 Iss 2 pp. 99 - 110. (2010)

PEDERSEN, P. On Shrink Fit Analysis and Design. **Comput Mech** 37, 121–130 (2006).

SEGERLIND, L. J.; **Applied Finite Element Analysis**, 2^a ed, John Wiley & Sons, 1984.

QIU, J.; Zhou, M. Analytical Solution for Interference Fit for Multi-Layer Thick-Walled Cylinders and the Application in Crankshaft Bearing Design. **Appl. Sci.** 2016, 6, 167.

YOUNG, Warren C., BUDYNAS, Richard G., SADEGH, Ali M. **Roark's Formulas for Stress and Strain**. 8^a ed. 2012