

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO SUCKOW DA
FONSECA – CEFET/RJ
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**MODELAGEM NUMÉRICA DA GERAÇÃO DE ENERGIA COM
MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS SUJEITOS À VIBRAÇÃO E EFEITOS
MAGNÉTICOS**

Aline Bastos Brasil

Prof.^a Orientadora:
Luciana Loureiro da Silva Monteiro, Dsc.

**RIO DE JANEIRO
Janeiro de 2023**

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO SUCKOW DA
FONSECA – CEFET/RJ
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**MODELAGEM NUMÉRICA DA GERAÇÃO DE ENERGIA COM
MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS SUJEITOS À VIBRAÇÃO E EFEITOS
MAGNÉTICOS**

Discente: Aline Bastos Brasil

Projeto final apresentado em cumprimento às normas do Departamento de Educação Superior do CEFET/RJ, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Prof.^a Orientadora:
Luciana Loureiro da Silva Monteiro

**RIO DE JANEIRO
Janeiro de 2023**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

A582 Brasil, Aline Bastos
Modelagem numérica da geração de energia com materiais piezoelétricos sujeitos à vibração e efeitos magnéticos / Aline Bastos Brasil. — 2023.
61f. : il.(algumas color). ; enc.

Projeto Final (Graduação) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2023.
Bibliografia : f. 53-61
Orientadora: Luciana Loureiro da Silva Monteiro

1. Engenharia mecânica. 2. Geração de energia. 3. Sistemas não-lineares. I. Monteiro, Luciana Loureiro da Silva. (Orient.). II. Título.

CDD 621

Elaborada pela bibliotecária Tania Mello – CRB/7 nº 5507/04

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha orientadora Prof^ª Dra. Luciana Loureiro pela oportunidade e suporte para produção e conclusão deste trabalho, e aos professores da instituição CEFET/RJ pelos ensinamentos e conhecimentos passados ao longo do curso.

Aos meus pais, Gisele Bastos e Licildo Brasil, por sempre terem me incentivado e me proporcionado tudo o que me foi necessário para evoluir como pessoa e como profissional. Agradeço também à minha namorada, Raysa Maia, pelo companheirismo e motivação ao longo de toda a minha trajetória.

Aos meus amigos Daniel Freitas, Rafael Maldonado e Pedro Branco, por todo o apoio emocional ao longo dos últimos meses.

RESUMO

BRASIL, Aline Bastos. **Modelagem Numérica da Geração de Energia com Materiais Piezoelétricos Sujeitos à Vibração e Efeitos Magnéticos**. 2023. 61. Trabalho de Conclusão de Curso – Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca. Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2023.

A demanda de energia vem se expandindo exponencialmente conforme ocorrem avanços tecnológicos e com o natural crescimento da população mundial, conseqüentemente, a necessidade de uma maior produção de energia é essencial. No entanto, uma das mais importantes metas atualmente é a geração de energia de maneira limpa e renovável, de forma a diminuir os impactos causados pelo uso de combustíveis fósseis. Uma das alternativas é com o uso de materiais piezoelétricos sujeitos à vibração, sendo que, por meio destes, é possível fazer a conversão de energia mecânica em energia elétrica em pequenos dispositivos. Conforme já demonstrado na literatura, estes materiais apresentam boa eficiência de conversão de energia quando sua frequência natural coincide com a frequência de vibração à qual está exposto e é reduzida rapidamente fora deste limite. Diversos estudos vêm sendo empregados para melhorar a performance destes dispositivos. Uma das formas mais estudadas e com maior potencial para obter um dispositivo que opere de forma eficiente em diferentes frequências é através da inclusão de materiais magnéticos nas proximidades do material piezoelétrico. As forças magnéticas podem mudar drasticamente a dinâmica do sistema, levando ao aparecimento de saltos dinâmicos, multiestabilidade e caos. Estes efeitos não lineares têm se mostrado promissores para aumentar a extração de energia.

Sendo assim, este trabalho visa estudar numericamente o conjunto composto por materiais piezoelétricos e materiais magnéticos. O cenário se trata de uma viga piezoelétrica bimorfa engastada em uma base excitada harmonicamente, tendo em sua extremidade livre uma massa magnética acoplada, que irá interagir com uma outra massa magnética nas proximidades da viga. A interação magnética entre essas massas irá prover um comportamento não-linear no sistema, de forma a aumentar a conversão de energia em uma faixa mais ampla de frequência de vibrações dependendo das condições de excitação e parâmetros magnéticos. Para este fim, foi desenvolvido um modelo matemático com um grau de liberdade acoplado a um circuito elétrico por um elemento piezoelétrico incluindo a força de restituição magnética. Foram feitas análises através de linguagem de programação no *software Fortran*, usando o método de integração *Runge-Kutta*, de forma a se avaliar o desempenho do sistema e possíveis otimizações

a partir a inserção dessa não-linearidade estudando o efeito de diferentes parâmetros relevantes na geração de energia.

Palavras-chave: Colheita de energia, Materiais piezoelétricos, Sistema não-linear, Força Magnética

ABSTRACT

BRASIL, Aline Bastos. **Modelagem Numérica da Geração de Energia com Materiais Piezoelétricos Sujeitos à Vibração e Efeitos Magnéticos**. 2023. 61. Trabalho de Conclusão de Curso – Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca. Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2023.

The demand for energy has been expanding exponentially according to technological evolution and the natural growth of the world population, consequently, the need for greater energy production is essential. However, one of the most important goals today is the generation of energy in a clean and renewable way, in order to reduce the impacts caused by the use of fossil fuels. One of the alternatives is the use of piezoelectric materials subject to vibration, through which it is possible to convert mechanical energy into electrical energy in small devices. As already demonstrated in the literature, these materials exhibit good energy conversion efficiency when their natural frequency coincides with a vibration frequency to which it is exposed and is rapidly out of this range. Several studies have been used to improve the performance of these devices. One of the most studied ways and with the greatest potential to obtain a device that operates efficiently at different frequencies is through the inclusion of magnetic materials in the vicinity of the piezoelectric material. Magnetic forces can drastically change the dynamics of the system, leading to the appearance of dynamic jumps, multistability and chaos. These nonlinear effects have shown promise to increase energy extraction.

Therefore, this work aims to numerically study the set composed of piezoelectric materials and magnetic materials. The scenario is a bimorphic piezoelectric beam embedded in a harmonically excited base, with a coupled magnetic mass at its free end, which will interact with another magnetic mass in the vicinity of the beam. The magnetic interaction between these masses will provide a non-linear behavior in the system, so as to increase the energy conversion in a wider range of vibration frequencies depending on the excitation conditions and magnetic parameters. To this end, a mathematical model was developed with one degree of freedom coupled to an electrical circuit by a piezoelectric element including the magnetic restitution force. Analyzes were made through programming language in the Fortran software, using the Runge-Kutta integration method, in order to evaluate the system performance and possible optimizations from the insertion of this non-linearity, studying the effect of different relevant parameters in the generation power.

Keywords: Energy harvesting, Piezoelectric materials, Nonlinear system, Magnetic Force

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Comportamento do gráfico tensão-deformação de um material piezoelétrico dúctil

Figura 2 - (a) Representação do Efeito Piezoelétrico Direto; (b) Relação entre a tensão aplicada e o deslocamento elétrico

Figura 3 - Relação entre o campo elétrico aplicado e o deslocamento elétrico

Figura 4 - Relação entre o campo elétrico aplicado e a deformação no material

Figura 5 - Exemplificação do sistema de coordenadas usado para análise tridimensional

Figura 6 - Representação de uma placa piezoelétrica

Figura 7 - Aproximação de vigas finas

Figura 8 - Configuração unimorfa (acima) e bimorfa (abaixo)

Figura 9 - Modelo arquétipo do sistema de geração de energia (1 gdl)

Figura 10 - Sistema de geração de energia composto de uma viga piezoelétrica excitada por um carregamento mecânico $\ddot{u}(t)$ com ímãs

Figura 11 - Modelo esquemático do sistema com parâmetros concentrados

Figura 12 - Vista superior do sistema

Figura 13 - Vista lateral da posição relativa entre os ímãs

Figura 14 - Deslocamento médio em função de ω .

Figura 15 - Potência média em função de ω .

Figura 16 - Espaços de fase para diferentes ω

Figura 17 - Potência média em função do deslocamento

Figura 18 - Previsão teórica da energia potencial $U(z)$ para diferentes configurações magnéticas

Figura 19 - Potência média gerada pelo sistema com os parâmetros magnéticos iniciais e com os ímãs na configuração repulsiva, a partir de diferentes acelerações de base: (a) $A = 5\text{m/s}^2$, (b) $A = 7.5\text{m/s}^2$ e (c) $A = 10\text{m/s}^2$

Figura 20 - Potência média gerada pelo sistema com os parâmetros magnéticos iniciais e com os ímãs na configuração atrativa, a partir de diferentes acelerações de base: (a) $A = 5\text{m/s}^2$, (b) $A = 7.5\text{m/s}^2$ e (c) $A = 10\text{m/s}^2$

Figura 21 - Potência média gerada pelo sistema quando $K_P = 0\text{ Nm}^{-1}$ e com os ímãs na configuração repulsiva, a partir de diferentes acelerações de base: (a) $A = 5\text{m/s}^2$, (b) $A = 7.5\text{m/s}^2$ e (c) $A = 10\text{m/s}^2$

Figura 22 - Potência média gerada pelo sistema quando $K_P = 0\text{ Nm}^{-1}$ e com os ímãs na configuração atrativa, a partir de diferentes acelerações de base: (a) $A = 5\text{m/s}^2$, (b) $A = 7.5\text{m/s}^2$ e (c) $A = 10\text{m/s}^2$

Figura 23 - Potência média gerada pelo sistema quando $d = 3\text{ mm}$ e com os ímãs na configuração repulsiva, a partir de diferentes acelerações de base: (a) $A = 5\text{m/s}^2$, (b) $A = 7.5\text{m/s}^2$ e (c) $A = 10\text{m/s}^2$

Figura 24 - Potência média gerada pelo sistema quando $d = 3\text{ mm}$ e com os ímãs na configuração atrativa, a partir de diferentes acelerações de base: (a) $A = 5\text{m/s}^2$, (b) $A = 7.5\text{m/s}^2$ e (c) $A = 10\text{m/s}^2$

Figura 25 – Comparação entre a produção média de energia para os casos repulsivos e atrativos, quando $A = 5\text{ m/s}^2$.

Figura 26 – Comparação entre a produção média de energia para os casos repulsivos e atrativos, quando $A = 7.5\text{ m/s}^2$.

Figura 27 – Comparação entre a produção média de energia para os casos repulsivos e atrativos, quando $A = 10\text{ m/s}^2$.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
1.1 Objetivos.....	18
1.2 Motivação	18
1.3 Organização do trabalho	19
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	20
2.1 Materiais Piezoelétricos e seu funcionamento.....	20
2.2 Efeito Piezoelétrico Direto.....	20
2.3 Efeito Piezoelétrico Inverso.....	21
2.4 Modos de Operação	27
2.4.1 Modo de Operação 33	27
2.4.2 Modo de Operação 31	27
3. MODELO MATEMÁTICO	32
4. RESULTADOS	37
5. CONCLUSÕES.....	51
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	53

1. INTRODUÇÃO

Desde os primórdios dos tempos, o ser humano lida com a necessidade energética. Suas primeiras demandas eram a alimentação, iluminação e aquecimento, que inicialmente foram supridas a partir da utilização do fogo e da energia advinda dos animais, podendo ela ser direta (ao se consumir o animal) ou indireta (utilizando tração animal). Conforme houve um aumento na diversificação das tarefas e surgimento de novas necessidades, pôde ser observada a dependência de uma ascensão na produção de energia para a evolução da sociedade como um todo. Sendo assim, o homem desenvolveu as primeiras matrizes energéticas, principalmente a partir do uso de combustíveis não-renováveis, por conta de sua facilidade, abundância e eficiência. No entanto, apenas nas décadas mais recentes, o ser humano passou a se preocupar com as consequências relacionadas ao uso desses combustíveis, que não só incluem a futura falta destes recursos, como também os impactos ambientais causados por emissões poluentes advindas deles. Desde então, foram criadas diversas iniciativas para desenvolvimento de novas fontes de energia utilizando formas renováveis de abastecimento, de forma a reduzir essa degradação ambiental. A implementação de formas de captação de energia por meio da água, do sol e do vento foram inovações importantes, porém há limitações no uso dessas fontes, que são soluções com baixa eficiência energética e que demandam um amplo recinto, impossibilitando então, por exemplo, o uso em pequenos dispositivos com menor consumo de energia. Deste modo, a piezoelectricidade surgiu como uma alternativa a essa demanda

Nos últimos anos, inúmeros estudos foram conduzidos a respeito de colheita de energia por meio da piezoelectricidade (GEDEON et al., SHI et al.). Os materiais chamados piezoelétricos têm a capacidade de transformar energia mecânica em energia elétrica, ou seja, eles convertem as vibrações mecânicas as quais são submetidos em diferença de potencial elétrico que através de um circuito elétrico acoplado ao dispositivo pode gerar potência elétrica útil para alimentar dispositivos de baixa potência (SAFAEI et al., 2019). Ao analisarmos à nossa volta, é comum identificarmos inúmeras fontes de vibração, sejam elas de forma natural, como simples movimentos corporais e fatores naturais, ou advindas de consequências de nossas próprias criações, como por exemplo as diversas máquinas que utilizamos no nosso dia a dia.

Recentemente, diversas investigações foram feitas de forma a aproveitar a dissipação da energia de nossas próprias ações rotineiras, fazendo com que não ocorra esse desperdício. Já existem, por exemplo, pesquisas relacionadas à produção de energia ao caminharmos, podendo a tecnologia ser aplicada em: sapatos (TÜRKMEN e CELIK, 2018); movimentos corporais (WEI, WANG, CHA, IZADGOSHASB, EDLA); ou diretamente no piso (HWANG,

SHREESHAYANA, KARMAKAR). No caso de Türkmen e Celik (2018), a conclusão foi de que a produção de energia ocorria de forma proporcional à massa aplicada no dispositivo. Karmakar et al. (2022), a partir de uma pesquisa de campo, encontraram uma relação em que quanto maior a pressão e a velocidade de caminhada, maior a produção de energia. Indicaram também a possibilidade de aplicação dessa energia para abastecimento de iluminação led e até mesmo, carregamento de celulares. Maghsoudi et al. (2017) também investigou uma comparação entre a colheita no corpo e no piso, dando uma maior visibilidade ao segundo modo, já que independe de parâmetros fisiológicos.

Não só por meio da caminhada, mas outros movimentos no corpo mais simples ainda também possibilitam geração de energia. Usando como base a movimentação dos dedos das mãos, Cha et al. (2016) fizeram uma análise de colheita de energia a partir de movimentos de clique do mouse, sugerindo até uma solução de autoalimentação a partir dos resultados obtidos. Seguindo a mesma base, Kim e Cha (2022) estudaram um coletor de energia em forma de anel. Já Denalvaz e Voix (2014) desenvolveram um protótipo similar a uma cinta preso à cabeça, de forma que esticamento da cinta pelo movimento da mandíbula resultasse em energia para abastecimento em menor escala, como aparelhos auditivos e fones de ouvido. Latif et al. (2021) também apresentaram uma opção de alimentação de um aparelho auditivo por meio de um mecanismo criado para converter as vibrações dos próprios ossos do ouvido em energia, ou seja, pela vibração causada pelo próprio som, e sem nenhum esforço humano envolvido.

Partindo para uma análise em uma maior escala, a piezoelectricidade também tem feito parte de grandes propostas, como meios de transporte. Diversos estudos, por exemplo, avaliaram a aplicação na indústria automotiva. No caso de carros, já foram avaliadas possibilidades de colheita de energia a partir de vibrações nas rodas (XIE e WANG, ZHANG et al., ESMAEELI et al.), nas suspensões (ZHAO et al., XIE e WANG, LAFARGE et al.) e até mesmo do motor (ZHAONA e WANG, 2021). De acordo com Al-Yafeai et al. (2020), carros de passeio viajando a uma velocidade de 13 m/s dissipam cerca de 200 W nos amortecedores da suspensão, sendo uma quantidade de energia considerável para se rejeitar. Na área relativa aos propulsores, Elvira-Hernández et al. (2021) desenvolveram um dispositivo piezoelétrico capaz de operar em frequências próximas às frequências de operação de motores, fazendo com que fosse gerada uma maior potência ao aproveitar essas vibrações. Além da aplicação em carros, também foi estudada a aplicação em um sistema de freios de trem, onde o método utilizado para a conversão de energia melhorou significativamente a segurança de frenagem de trens de alta velocidade (XIANG et al., 2021).

Projetos estruturais também têm sido alvos para aplicação da tecnologia piezoelétrica, já que, na maioria deles, há uma grande dissipação de energia por conta de oscilações. Alguns dos cenários nos quais foi empregada essa tecnologia foram em pontes (BALGUVHAR e BHALLA, HOU et al., ROMERO et al.) e pavimentos (XU et al., CORREIA e FERREIRA, MOTA e BARROSO, CAO et al.).

Outra abordagem deste tema relacionado a construções foi feita por Jahangiri et al. (2016), na qual a pauta foi o Monitoramento de Saúde Estrutural de plataformas petrolíferas flutuantes. A partir de um modelo desenvolvido e de simulações em software computacional, o grupo pôde testar a viabilidade de serem usadas as vibrações das ondas para alimentar os sensores que diagnosticam danos e monitoram a integridade da estrutura. Apesar das condições incertas do local, além da grande quantidade de ruído presente, o diagnóstico de falhas funcionou bem.

Conforme demonstrado, várias aplicações vêm sendo desenvolvidas nas últimas décadas. Com isto, diversos autores vêm explorando modelos numéricos e testes experimentais para melhor entendimento destes dispositivos, de forma que seja possível identificar os parâmetros que afetam o desempenho dos sistemas.

Nechibvute et al. (2012) fizeram uma revisão a respeito da aplicação de dispositivos piezoelétricos para gerar energia para sensores sem fio. Eles relataram que, de forma a se obterem os melhores resultados, devem ser explorados o uso de material com melhores características piezoelétricas, as melhores geometrias do dispositivo e a melhor eletrônica de potência de modo a se condicionar e gerenciar a potência de saída. Recentemente, ao fazerem uma revisão sobre colheita de energia por piezoeletricidade, Covaci e Gontean (2020) também chegaram às mesmas conclusões. Já na revisão de Toprak e Tigli (2014), eles observaram que o tamanho de um coletor de energia piezoelétrico afeta uma variedade de parâmetros, como peso, método de fabricação, nível de potência alcançável e áreas de aplicação potenciais.

Fenglin et al. (2015) estudaram a aplicação de colheita de energia em uma viga única e, por meio de *software*, fizeram diversas análises relativas ao modelo. Ao realizar os testes e medições, identificaram que os tanto os parâmetros do circuito externo quanto os da geometria e forma da viga têm grande influência no coletor.

Cryns et al. (2013) investigaram experimentalmente a capacidade de captação de energia ambiente de um gerador de vibração piezoelétrico para diferentes tipos de excitações aplicadas. Como previsto analiticamente por eles, os resultados mostraram que frequências naturais mais baixas do transdutor resultaram em mais energia colhida para amplitudes de aceleração de entrada semelhantes.

De forma a explorar o comportamento de um modelo de uma viga em balanço, Batra et al. (2018) implementaram um *software* para controlar instrumentos e adquirir dados de uma estação de teste de colheita de energia piezoelétrica. Ao fazer simulações e ensaios, puderam verificar que a potência de saída máxima, que ocorre na frequência de ressonância, aumentou conforme a carga resistiva do modelo foi amplificada.

O desafio da geração de energia a partir de vibrações é o desenvolvimento de dispositivos que possam converter energia em uma ampla faixa de frequência de excitação. Porém o desempenho destes dispositivos deixa a desejar quando sintonizado em fontes de vibração com frequência e amplitude variáveis, fazendo com o uso de não linearidades mecânicas venha sendo amplamente estudado. Uma possibilidade de aplicação de não linearidade é pela inserção de forças magnéticas, o que leva a um comportamento incerto do sistema. Os resultados têm se mostrado promissores, já que é possível verificar em diversas pesquisas uma melhora de resultados com relação à energia gerada. Pan et al. (2019), por exemplo, fizeram uma comparação entre um coletor de energia aprimorado com e sem a presença de ímãs. Por meio de resultados experimentais, concluíram que o coletor com a influência magnética pode melhorar significativamente a eficiência da colheita de energia de vibração em comparação com o convencional. Para tratar o efeito da força magnética, muitos autores adotam como um oscilador tipo Duffing (CELLULAR et al., SCHENK e HERDER), aplicação de excitação aleatória (DE PAULA et al., 2014) e adição de uma massa de prova (KIM et al., 2010) são algumas das formas de aumentar esse desempenho de conversão.

Jiang et al. (2021) se dedicaram a fazer uma revisão comparando a colheita de energia com acoplamento magnético de diferentes estruturas, como monoestáveis, biestáveis, multiestáveis, entre outras. Segundo eles, o número de unidades de transdução piezoelétricas, o arranjo do ímã de excitação e os níveis de excitação são os parâmetros que impactam na eficiência da coleta de energia.

Ferrari et al. (2010) estudaram o resultado da excitação de um conjunto composto por uma viga em balanço com um ímã acoplado na extremidade, enquanto outro ímã interagia com o grupamento. Por meio de simulações, eles puderam identificar que a diminuição da distância entre o ímã e o grupamento fazia com que o conversor piezoelétrico gerasse uma maior voltagem de saída, ou seja, uma maior potência entregue. Li et al. (2022), com um modelo com quatro ímãs inclusos, afirmaram que ao definir parâmetros de distância magnética apropriados, era alcançada uma faixa de frequência mais ampla e uma melhor potência de saída mesmo sob baixos níveis e frequências de excitação.

Xu e Tang (2015), utilizando um sistema similar, demonstraram teórica e experimentalmente que elementos magnéticos devidamente configurados e posicionados podem gerar um aumento no acoplamento eletromecânico do dispositivo piezoelétrico, aumentando a eficiência de coleta de energia em situações de ressonância e fora de ressonância. Do mesmo modo, Firoozy et al. (2017) obtiveram uma relação direta entre a distância dos ímãs e a energia captada. Já Abdelmoula et al. (2017) e Zhang et al. (2020) associaram a distância entre os ímãs à uma maior largura de banda.

Também focando em um sistema de viga única trabalhando em conjunto com força magnética, as pesquisas de Ibrahim et al. (2017) comprovaram uma maior largura de banda a partir de níveis de excitação maiores e por meio de uma distância ideal de separação entre os ímãs, quando comparado o projeto desenvolvido com colheitadeiras convencionais. Ren et al. (2019), Chen et al. (2021) e Sun et al. (2021) obtiveram os mesmos resultados correlacionando o aumento de banda com o aumento de amplitude de excitação. Lan e Qin (2017), além de associarem o aumento da excitação com uma maior potência de saída, também complementaram que existe um volume ótimo para um ímã adicional ao sistema que pode fazer com que seja atingido um melhor desempenho para uma dada excitação. Já Wang e Tang (2017) alcançaram uma maior largura de banda por meio de combinação de picos de ressonância, obtida por meio de aumento da massa localizada na ponta da viga.

Leng et al. (2017) desenvolveram um estudo focando em um coletor de energia piezoelétrica com dois ímãs externos fixos. Por meio de métodos de parâmetros concentrados e por resultados de simulações empíricas, a equipe alcançou um resultado no qual a tensão de saída é significativamente aumentada em comparação com um coletor de energia convencional, mesmo na presença de excitações aleatórias e de baixa frequência. Além disso, a largura de banda de frequência do coletor modelo também se apresentou mais abrangente.

A partir de outro ponto de vista, Zhu e Beeby (2013) fizeram uma inspeção utilizando um par de vigas em balanço biestáveis, de forma a ocorrer interação entre os ímãs dispostos nas extremidades de cada uma. Os estudiosos puderam chegar à conclusão, por meio de resultados obtidos por testes, que esse sistema duplo gera uma maior energia com uma menor amplitude de excitação quando comparado ao sistema simples, com viga única. De maneira similar, Lan et al. (2017), Rui et al. (2018), Yang e Towfighian (2019) e Kim et al. (2020) trabalharam com colheitadeiras duplas acopladas magneticamente e obtiveram resultados onde puderam verificar aumento de desempenho e robustez da coleta de energia, bem como aumento na largura de banda. Já Koszewnik et al. (2022) concluiu que o espaçamento entre os feixes afeta a eficiência da colheita de energia, bem como a faixa de frequência de operação de melhor saída.

A partir de investigações experimentais e teóricas utilizando equações com parâmetros agrupados, Erturk e Inman (2011) analisaram a dinâmica de um sistema piezomagnéticoelástico em comparação à dinâmica de um sistema piezoelástico, representados por vigas em balanço na vertical, de forma a comparar as respostas de cada configuração. Foi observada uma vantagem considerável do primeiro, já que este apresentou possibilidade de superior geração de energia em uma maior gama de frequências de operação. Lai et al. (2019), também usando vigas em balanço na vertical trabalhando junto com ímãs, estudaram uma matriz de colheita energética multiestável não-linear. Ao lidar com a interação entre as configurações monoestáveis e triestáveis, posicionadas alternadamente nas colheitadeiras, obtiveram resultados de maior eficiência de colheita e de maior largura de banda operacional, mesmo trabalhando com amplitudes mais baixas.

Com uma perspectiva diferente, Bouhedma et al. (2019) apresentaram um mecanismo capaz de coletar energia em múltiplas frequências de operação e se adaptar de forma autônoma às frequências ambientais dominantes. Partindo de uma única chapa, foram projetadas duas vigas em balanço com um ímã em cada extremidade, trabalhando com duas frequências distintas simultaneamente. Essa ênfase combinou multi-ressonância e sintonização de frequência, permitindo uma largura de banda operacional maior. Um modelo parecido foi desenvolvido por Krishnasamy e Lenka (2018), na qual os principais parâmetros a serem modificados para se obterem melhores respostas seriam a distância entre os ímãs e o comprimento do feixe piezoelétrico. Anand et al. (2022) também investiu nesse tipo de abordagem e fez uma comparação entre um sistema com e sem a presença dos ímãs. O resultado foi uma melhora na tensão e potência de saída, além de maior faixa de frequência de operação da colheitadeira.

Outro enfoque diversificado foi evidenciado por Zou et al. (2021), no qual o cenário de aplicação da colheitadeira acoplada magneticamente foi embaixo d'água. Por meio de testes em túneis de água, eles puderam comprovar que o acoplamento magnético e o uso de mecanismos flex-tensionais têm grande potencial para captação de energia em ambientes agressivos como subaquáticos. Analogamente, Hou et al. (2020) criaram um modelo de coletor baseado na vibração induzida por vórtice (VIV), de forma a poder ser gerada energia a partir do vento e do fluxo de água. Em suas análises, verificaram que a diminuição da distância entre os ímãs alocados na estrutura e os ímãs fixos à uma superfície próxima gerava uma maior potência de saída. Um estudo utilizando um sistema similar foi feito anteriormente por Naseer et al. (2017), no qual obtiveram resultados equivalentes. Su e Wang (2021), utilizando um modelo VIV distinto, afirmaram que a força magnética pode melhorar significativamente a tensão de pico.

1.1 Objetivos

Este trabalho visa o desenvolvimento de um modelo numérico com um grau de liberdade com parâmetros concentrados para representar uma viga piezoelétrica engastada em uma extremidade a uma base harmonicamente excitada e tendo em sua extremidade livre uma massa magnética interagindo com outra massa magnética fixada nas proximidades da viga. Serão desenvolvidas as equações de movimento incluindo o acoplamento eletromecânico do elemento piezoelétrico e a força magnética entre os ímãs. Por fim, será realizada uma análise paramétrica visando o estudo da dinâmica do sistema e da potência gerada variando parâmetros como distância entre os ímãs, frequência e amplitude excitação para identificar as melhores condições de operação.

1.2 Motivação

Os crescentes avanços nas áreas de micro fabricação e eletrônica levaram ao desenvolvimento de pequenos dispositivos de baixa potência que podem ser utilizados para diferentes fins, incluindo sensores, atuadores e sistemas de transmissão de dados sem fio. Diversos estudos visam a implementação autônoma destes dispositivos buscando diferentes formas para alimentação elétrica in loco, uma possível alternativa é a geração de energia utilizando materiais piezoelétricos sujeitos a vibração. Na tentativa de melhorar o desempenho dos dispositivos piezoelétricos, muitos trabalhos focam na inclusão proposital de não linearidades para aumentar a capacidade de conversão da energia proveniente do ambiente em elétrica em uma ampla faixa de frequências. As não linearidades obtidas através da introdução de forças magnéticas provenientes de ímãs nas proximidades de um elemento piezoelétrico vem se mostrando extremamente promissora para otimizar a geração de energia, especialmente em condições de vibrações com características aleatórias e não estacionárias. Este trabalho visa investigar o desempenho das não linearidades magnéticas na colheita de energia. Na modelagem matemática do problema, será empregada na equação de movimento do oscilador piezoelétrico com a inclusão da equação da força magnética disponível na literatura para estudo de parâmetros físicos como, distância, polaridade e intensidade dos ímãs, que são importantes para otimização dos sistemas reais. Conforme demonstrado na Introdução, uma grande parte dos autores modelam a forma magnética como uma equação do tipo Duffing e em boa parte os

trabalhos utilizam equações adimensionalizadas sem a preocupação de identificar o significado das constantes Duffing como parâmetros reais da força magnética.

1.3 Organização do trabalho

No Capítulo 1, é feita a introdução do trabalho, sendo composta principalmente pela revisão bibliográfica, onde são apresentados o conceito da piezoelectricidade, as diversas aplicações e algumas formas de otimizações que já foram analisadas. Também são demonstrados os objetivos, motivações e descrição do problema a ser estudado. No Capítulo 2, através da fundamentação teórica, é apresentada uma descrição de materiais piezoelétricos. A etapa seguinte, o Capítulo 3, consiste numa apresentação detalhada do problema investigado, com inclusão do modelo matemático utilizado, bem como a metodologia numérica empregada. Por fim, nos capítulos 4 e 5, serão exibidos os resultados e conclusões, respectivamente.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 Materiais Piezoelétricos e seu funcionamento

No fim do século XIX, os irmãos Curie, ao longo de suas pesquisas e experimentos, descobriram que determinados materiais naturais, como por exemplo alguns cristais, possuíam uma propriedade ainda não vista antes. Após a aplicação de tensão mecânica em um desses elementos, eles notaram que houve um deslocamento de cargas elétricas conforme ocorria a deformação. Esse fenômeno se deu pela polarização elétrica causada pelo carregamento mecânico e pôde ser demonstrado com o uso de eletrodos, que foram utilizados com objetivo de medir a diferença de potencial elétrico induzido no material. Os Curie denotaram essa relação como acoplamento eletromecânico e esse efeito é conhecido como Efeito Piezoelétrico direto (Leo, 2007).

Após certo tempo, dando continuidade aos estudos, os irmãos notaram também o efeito reverso, ou seja, a aplicação de um campo elétrico gerou deformação no material de forma proporcional ao campo aplicado, chamado de efeito indireto.

2.2 Efeito Piezoelétrico Direto

Em um corpo de prova de material piezoelétrico dúctil, é aplicada uma tensão mecânica uniaxial, de forma similar a um teste de tração, ou seja, apenas ocorrendo deslocamento na direção da carga aplicada. Essa tensão mecânica, T , aplicada ao material irá gerar um alongamento, e essa deformação, denominada por S , é definida como alongamento total dividido pelo comprimento inicial da amostra, conforme mostra a Figura 1 (vide Leo, 2007).

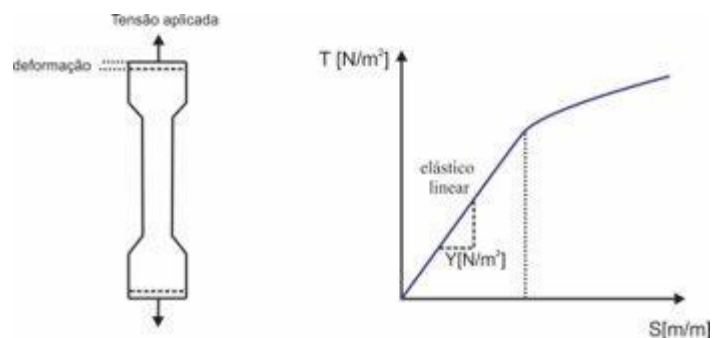


Figura 1 - Comportamento do gráfico tensão-deformação de um material piezoelétrico dúctil. (Adaptado de Leo, 2007)

Essa deformação cresce de forma linear até um determinado valor de tensão, que é chamada de tensão crítica, a partir da qual o material passa a ceder. A inclinação da linha é

chamada de módulo de Young, denotada por Y [N/m²]. A relação entre a tensão e a deformação no limite linear é dada por

$$S = \frac{1}{Y}T = sT \quad (1)$$

sendo s é o inverso do módulo de Young[m²/N].

Tomando como base esse mesmo material piezoelétrico submetido a uma tensão aplicada, além do alongamento comumente observado, será produzido um fluxo de carga elétrica que pode ser identificado posicionando dois eletrodos nas faces das extremidades do espécime (Figura 2). Esse fluxo de carga é resultado da movimentação de dipolos elétricos, que são partículas eletricamente carregadas e são estimuladas pelo esforço aplicado no mesmo, como é observado na Figura 2. Essa carga elétrica produzida dividida pela área dos eletrodos é chamado de deslocamento elétrico, D [C/m²].

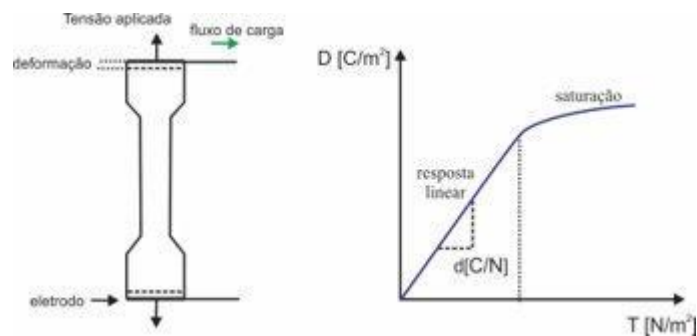


Figura 2 - (a) Representação do Efeito Piezoelétrico Direto; (b) Relação entre a tensão aplicada e o deslocamento elétrico. (Adaptado de Leo, 2007)

No limite linear existe a relação linear entre a tensão elétrica e o deslocamento elétrico, e a inclinação dessa curva é chamada de coeficiente de deformação piezoelétrica. Essa relação pode ser expressa por

$$D = dT \quad (2)$$

onde D é o deslocamento elétrico e d é o coeficiente de deformação piezoelétrica [C/N].

2.3 Efeito Piezoelétrico Inverso

Assim como há a ocorrência do Efeito Piezoelétrico Direto, descrito anteriormente como uma reação elétrica como resposta a um esforço mecânico aplicado, também é exibido o efeito recíproco, ou seja, a aplicação de um campo elétrico no material irá gerar uma resposta mecânica. Ao aplicar um potencial elétrico a partir dos eletrodos, assumindo que os materiais

piezoelétricos são isolantes perfeitos, é gerado um campo elétrico no corpo, E [V/m], que é definido como a tensão elétrica aplicada dividida pela distância entre os eletrodos. A aplicação desse campo irá gerar a formação de dipolos elétricos, gerando um movimento das cargas elétricas que será medido nos eletrodos. A Figura 3 mostra graficamente essa relação.

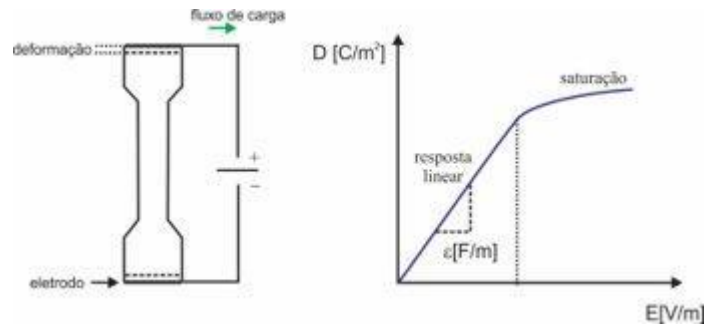


Figura 3 - Relação entre o campo elétrico aplicado e o deslocamento elétrico. (Adaptado de Leo, 2007)

Em valores mais reduzidos de campo elétrico, a relação entre E e D será linear, tendo como a constante de proporcionalidade chamada de permissividade elétrica, identificada como ϵ e de unidade F/m. Essa relação é dada por

$$D = \epsilon E. \quad (3)$$

O Efeito Piezoelétrico Inverso é estabelecido também como a relação entre o campo elétrico aplicado e a deformação mecânica resultante (Figura 4).

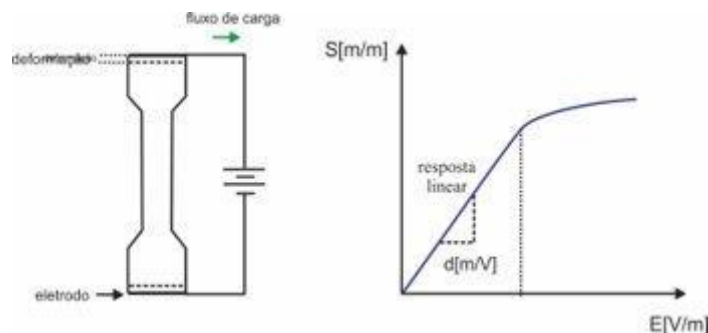


Figura 4 - Relação entre o campo elétrico aplicado e a deformação no material. (Adaptado de Leo, 2007)

Ao aplicar pequenos valores de campo elétrico (limite linear), também é observada uma relação linear entre este e a deformação, sendo a inclinação dessa curva o coeficiente de deformação piezoelétrica. Essa relação é dada por

$$S = dE. \quad (4)$$

Nesse caso, o coeficiente de deformação piezoelétrica tem como unidade [m/V], que é igual a unidade de [C/N], já que 1 V representa a diferença de potencial entre 2 pontos que vão transmitir 1 Joule de energia por coulomb de carga que passe entre estes dois pontos.

Conforme mostrado, é possível escrever as equações dos efeitos piezoelétricos direto e indireto combinadas de forma a relacionar as variáveis elétricas com as variáveis mecânicas. Então, a partir dessa relação, a expressão terá a forma da seguinte matriz:

$$\begin{Bmatrix} S \\ D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s & d \\ d & \varepsilon \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T \\ E \end{Bmatrix}. \quad (5)$$

Estabelecida essa relação, também devem ser consideradas as direções de aplicação de esforços e do campo elétrico. Na Figura 5, é apresentado um sistema de coordenadas de forma a especificar as três possíveis direções, adotando a direção 3, alinhada ao eixo de polarização do material por convenção, como eixo de aplicação do campo elétrico.

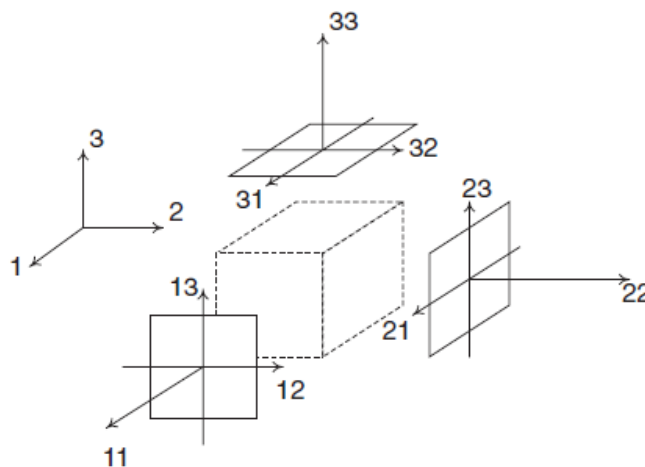


Figura 5 - Exemplificação do sistema de coordenadas usado para análise tridimensional. (Adaptado de Leo, 2007)

As expressões do campo elétrico e do deslocamento elétrico em função das possíveis orientações dos vetores passam a ser, respectivamente,

$$\mathbf{E} = \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{D} = \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix}. \quad (6)$$

Associando as três direções possíveis a ambas as variáveis, a relação entre elas pode ser descrita como

$$D_1 = \varepsilon_{11}^T E_1 + \varepsilon_{12}^T E_2 + \varepsilon_{13}^T E_3 \quad (7)$$

$$D_2 = \varepsilon_{21}^T E_1 + \varepsilon_{22}^T E_2 + \varepsilon_{23}^T E_3 \quad (8)$$

$$D_3 = \varepsilon_{31}^T E_1 + \varepsilon_{32}^T E_2 + \varepsilon_{33}^T E_3, \quad (9)$$

também podendo ser escrita na notação

$$D_m = \varepsilon_{mn}^T E_n. \quad (10)$$

A ligação entre a tensão aplicada e a deformação resultante também pode ser feita de modo semelhante. No caso dessas, além de serem identificadas as componentes que são normais às faces, que são denotadas como T_{11} , T_{22} , T_{33} , S_{11} , S_{22} , S_{33} , também fazem parte as componentes de cisalhamento, que são T_{12} , T_{13} , T_{23} , T_{21} , T_{32} , T_{31} , S_{12} , S_{13} , S_{23} , S_{21} , S_{32} e S_{31} . Relacionando essas componentes, temos a notação geral

$$S_{ij} = s_{ijkl}^E T_{kl}. \quad (11)$$

Agora, de forma a determinar a conexão entre as variáveis elétricas e mecânicas, as expressões de acoplamento entre a deformação e o campo elétrico, e entre o deslocamento elétrico e a tensão aplicada passam a ser, respectivamente,

$$S_{ij} = d_{ijn} E_n \quad (12)$$

$$D_m = d_{mkl}T_{kl}. \quad (13)$$

Conciliando as quatro equações definidas, o sistema completo de expressões constitutivas para materiais piezoelétricos pode ser escrito como:

$$S_{ij} = s_{ijkl}^E T_{kl} + d_{ijn} E_n \quad (14)$$

$$D_m = d_{mkl} T_{kl} + \varepsilon_{mn}^T E_n. \quad (15)$$

Esse conjunto de equações tem, por definição, 81 valores para deformidade mecânica, 27 coeficientes de deformação piezoelétrica e 9 constantes de permissividade dielétrica. Os sobrescritos T e E denotam os valores como constantes.

Partindo das equações constitutivas encontradas, a representação compacta tem como base a simetria entre os tensores de tensão e deformação, fazendo então com que

$$T_{ij} = T_{ji} \quad (16)$$

$$S_{ij} = S_{ji}. \quad (17)$$

Utilizando a notação de Voight para o mapeamento desses índices, temos que:

$$S_1 = S_{11} \quad T_1 = T_{11} \quad (18)$$

$$S_2 = S_{22} \quad T_2 = T_{22} \quad (19)$$

$$S_3 = S_{33} \quad T_3 = T_{33} \quad (20)$$

$$S_4 = S_{23} + S_{32} \quad T_4 = T_{23} = T_{32} \quad (21)$$

$$S_5 = S_{31} + S_{13} \quad T_5 = T_{31} = T_{13} \quad (22)$$

$$S_6 = S_{12} + S_{21} \quad T_6 = T_{12} = T_{21} \quad (23)$$

Levando em conta essas considerações, a notação compacta das equações passa a ser:

$$S_i = s_{ij}^E T_j + d_{ik} E_k \quad (24)$$

$$D_m = d_{mj} T_j + \varepsilon_{mk}^T E_k. \quad (25)$$

Para esta notação, são atribuídos os valores entre 1 e 3 para m e n e os valores entre 1 e 6 para i e j. Assim, passam a ter apenas 36 valores de constante elástica independentes, 18 coeficientes de deformação piezoelétrica e 9 componentes de permissividade dielétrica. Expandindo essas equações em forma de matrizes, temos que:

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} & s_{56} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (27)$$

Como os materiais piezoelétricos são do tipo ortotrópicos, ou seja, as propriedades do material são únicas e independem das direções ortogonais em que são observadas, a simetria das propriedades mecânicas, elétricas e elásticas faz com que as matrizes se reduzam a:

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{13} \\ 0 & 0 & d_{23} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{42} & 0 \\ d_{51} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (28)$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22}^T & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (29)$$

que também pode ser representado como:

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s^E & s^E & s^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s^E & s^E & s^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s^E & s^E & s^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (30)$$

2.4 Modos de Operação

A partir do sistema de coordenadas definido, foram estabelecidos dois modos de operação relativos ao acoplamento: o modo 33 e o modo 31, que serão explicados a seguir.

2.4.1 Modo de Operação 33

Este é o modo mais comum de operação, no qual a aplicação de esforço mecânico se dará na mesma direção do campo elétrico, ou seja, na direção 3 (Figura 6).

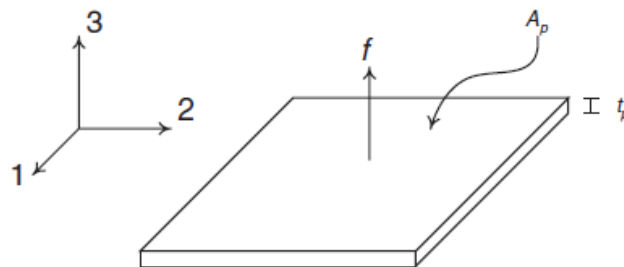


Figura 6 - Representação de uma placa piezoelétrica. (Adaptado de Leo, 2007)

Como os únicos valores não nulos de campo elétrico e de tensão são os de E_3 e T_3 , as equações constitutivas necessárias para se analisar o caso podem ser reduzidas a:

$$S_3 = s_{33}^E T_3 + d_{33} E_3 \quad (31)$$

$$D_3 = d_{33} T_3 + \epsilon_{33}^T E_3. \quad (32)$$

Em forma matricial, temos que:

$$\begin{pmatrix} S_3 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} s_{33}^E & d_{33} \\ d_{33} & \epsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_3 \\ E_3 \end{pmatrix}. \quad (33)$$

2.4.2 Modo de Operação 31

A diferença deste modo de operação para o modo 33, se dá pela direção de aplicação da tensão. Neste caso, há uma relação perpendicular, onde a força é aplicada na direção 1, enquanto

o campo, como já definido, tem como convenção a direção 3. Um exemplo típico de um modo 31 é o caso de vigas piezoelétricas finas mostrada na Figura 7, que é definida com a espessura h (dada por $h \ll b$, onde b é a largura) e $h \ll b \ll a$, sendo a o comprimento da viga. Os eletrodos aplicados nas superfícies superior e inferior da viga (plano 12) promovem o campo elétrico alinhado a direção 3, segundo o sistema de coordenadas mostrada na Figura 7.

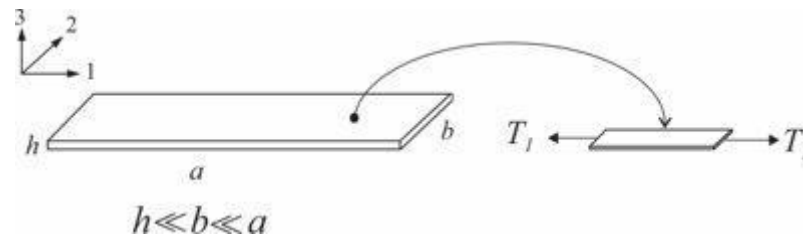


Figura 7 – Aproximação de vigas finas.

Nesta aproximação, os únicos valores não desprezíveis são os de E_3 e T_1 , e considerando a simetria dos coeficientes de deformação piezoelétrica ($d_{31} = d_{13}$), a análise tem como foco as expressões:

$$S_1 = s_{11}^E T_1 + d_{13} E_3 \quad (34)$$

$$D_3 = d_{13} T_1 + \varepsilon_{33}^T E_3, \quad (35)$$

que em forma matricial, passa a ser:

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & d_{31} \\ d_{31} & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ E_3 \end{pmatrix}. \quad (36)$$

A configuração mais usual para colheita de energia utilizando materiais piezoelétricos utiliza vigas em balanço, com isto é possível obter grandes níveis de deformação no material piezoelétrico e por consequência maior diferença de potencial elétrico (Du Toit, 2005). Além disso, apresentam baixas frequências naturais comumente sintonizáveis com fontes de vibração naturais e de diversos equipamentos. Estes dispositivos podem ser encontrados do tipo unimorfo que consiste em uma viga com uma camada de material piezoelétrico colada a um substrato de material convencional e bimorfo quando duas camadas piezoelétricas “sanduicham” um substrato de material convencional, Figura 8.

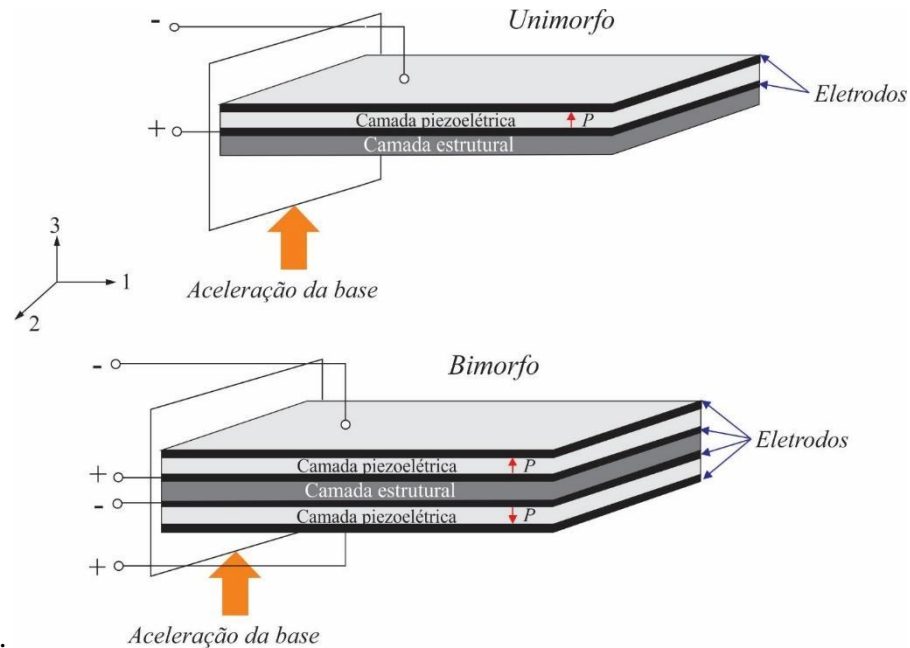


Figura 8 – Configuração unimorfa (acima) e bimorfa (abaixo). Adaptado de Du Toit (2005)

Muitos modelos encontrados na literatura representam a viga piezoelétrica em balanço através de um sistema equivalente de um grau de liberdade (1 gdl) com parâmetros concentrados para caracterizar a resposta dinâmica do sistema na frequência fundamental (Wang et al., Wang e Lu, Hu et al., Fakharian et al., Tavares e Ruderman). O uso de modelo de parâmetros concentrados simplifica a análise tratando a viga como uma entidade discreta com valores efetivos de rigidez, amortecimento e massa.

A Figura 9 mostra o modelo arquétipo utilizado para definir e relacionar as equações de movimento referentes ao sistema. Este modelo trata uma massa m acoplada a uma base por meio de uma mola de constante elástica k_p e um amortecedor de coeficiente de amortecimento c . Essa base sofrerá uma excitação, denotada por $u(t)$, $y(t)$ é o deslocamento da massa em relação a uma referência e $z(t)$ o deslocamento da massa em relação a base. Além disso, o sistema também conta com um circuito elétrico representado por uma resistência elétrica R , sendo i a corrente elétrica e C_p a capacitância do piezelétrico. O acoplamento eletromecânico é representado por θ , que relaciona a conversão de energia vibracional em elétrica.

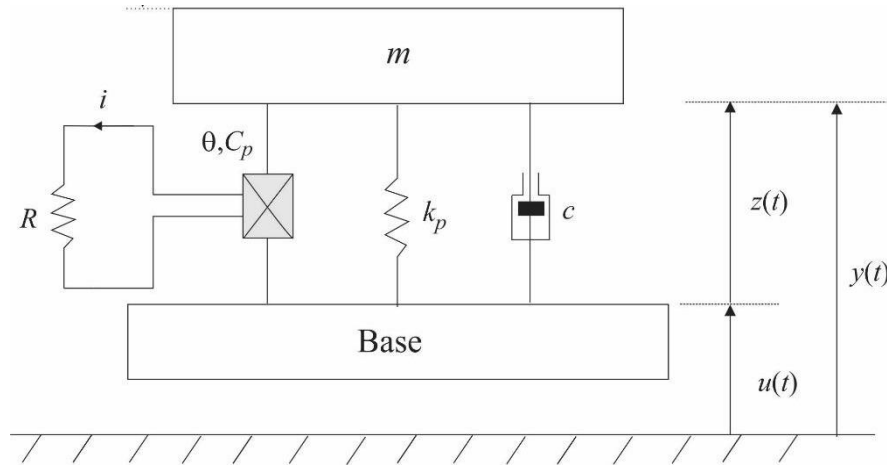


Figura 9 – Modelo arquétipo do sistema de geração de energia (1 gdl).

A equação de movimento deste sistema é dada por

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + k_p z - \theta V = -m\ddot{u} \quad (37)$$

sendo $\ddot{u} = A \sin(\omega t)$ e $c = 2\xi\sqrt{km}$.

Na equação acima, A é a amplitude da aceleração do movimento oscilatório, ω é a frequência de oscilação e ξ representa a taxa de amortecimento. Por fim, ao isolar \ddot{z} , temos a equação de aceleração do sistema remodelada de forma que:

$$\ddot{z} = \frac{-m\ddot{u} - c\dot{z} - k_p z + \theta V}{m} \quad (38)$$

Além da equação de movimento, temos a equação diferencial elétrica (circuito RC) dada por:

$$\theta\dot{z} + C_p\dot{V} + \frac{1}{R}V = 0 \quad (39)$$

onde V é a tensão elétrica desenvolvida no material piezoelétrico ao ser submetido a uma vibração de base. Podemos reescrever esta equação como $\dot{V} = -\frac{\frac{1}{R}V + \theta\dot{z}}{C_p}$.

Estas duas equações diferenciais acopladas podem ser resolvidas numericamente utilizando o método de integração de *Runge-Kutta* de 4ª ordem para obtenção da dinâmica do

sistema e a potência gerada pelo dispositivo, sabendo que a potência elétrica instantânea é definida por $P = \frac{V^2}{R}$.

3. MODELO MATEMÁTICO

Neste trabalho pretende-se estudar numericamente o desempenho de um sistema de geração de energia através de uma viga piezoelétrica sujeita a vibração harmônica na presença de ímãs. A Figura 10 mostra a vibração em uma base oscilante com uma aceleração $\ddot{u} = A\sin(\omega t)$, A a amplitude da aceleração de base, ω a frequência angular e t o tempo. A viga apresenta uma massa magnética na ponta e em um suporte próximo se encontra outra massa magnética, sendo z o deslocamento da ponta da viga. O circuito elétrico consiste em um resistor e V é a tensão elétrica gerada.

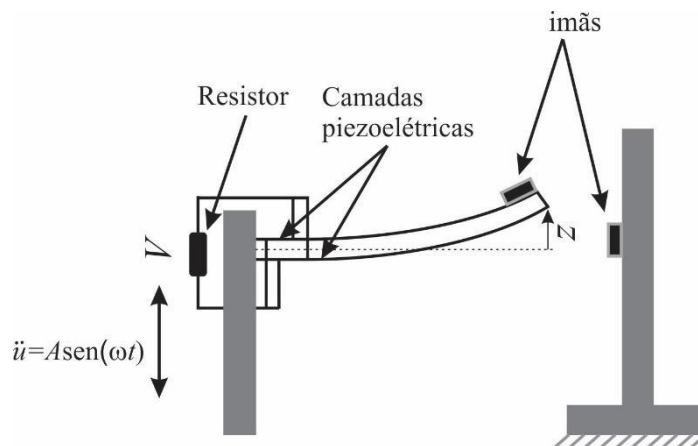


Figura 10 – Sistema de geração de energia composto de uma viga piezoelétrica excitada por um carregamento mecânico $\ddot{u}(t)$ com ímãs. Adaptado de De Paula et al. (2015).

Grande parte dos autores tratam este problema como um modelo com um grau de liberdade utilizando parâmetros concentrados e a força magnética tratada como uma mola não linear do tipo Duffing (Erturk e Inman, Costa et al.). Neste trabalho, será implementada a força magnética de interação dipolo-dipolo conforme Wang e Tang (2017). A interação magnética pode levar ao sistema à biestabilidade dependendo dos parâmetros como distância entre os ímãs e intensidade deles. A Figura 11 mostra o modelo esquemático do sistema.

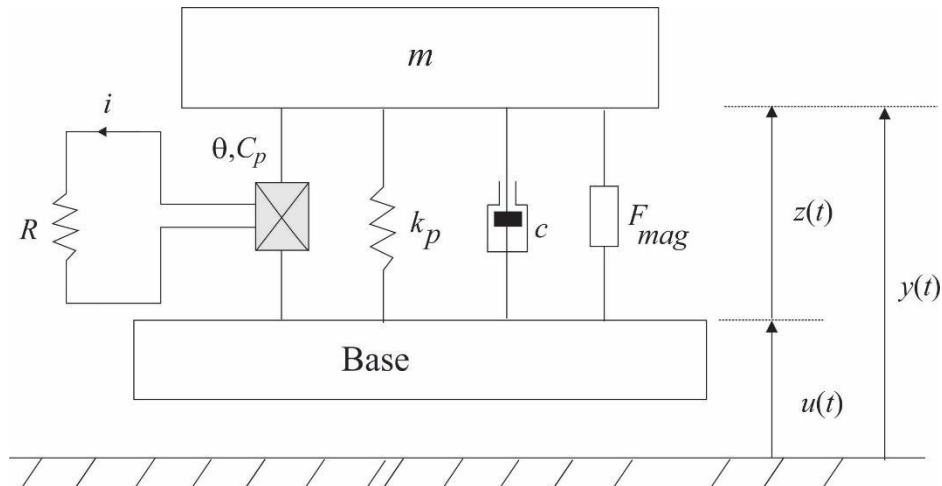


Figura 11 – Modelo esquemático do sistema com parâmetros concentrados.

A Figura 11 mostra um sistema representado por um modelo semelhante ao da Figura 9. Este contém uma massa m conectada à uma base por meio de uma mola de rigidez k_p , um amortecedor com coeficiente de amortecimento c e um circuito elétrico de capacitância C_p , resistência R , corrente i e acoplamento eletromecânico θ . O fator que diferencia os dois espécimes é a aplicação de uma força magnética F_{mag} à essa massa, utilizada para poder, dependendo dos parâmetros, alcançar uma dinâmica biestável. Sendo assim, as equações de governo passam a ser:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + k_p z - \theta V - F_{mag} = -m\ddot{u} \quad (40)$$

$$\theta\dot{z} + C_p\dot{V} + \frac{1}{R}V = 0 \quad (41)$$

sendo a aceleração de base $\ddot{u} = A\text{sen}(\omega t)$, onde A é a amplitude da aceleração, ω a frequência angular e t o tempo. A Figura 12 ilustra a vista superior do modelo estudado. Conforme mostrado na figura, o sistema compreende uma viga acoplada a um oscilador, tendo uma massa magnética em sua extremidade livre, de forma a interagir com um outro ímã fixado em uma superfície próxima. Os dois ímãs são dispostos com força repulsiva. D é a distância horizontal entre as superfícies opostas de dois ímãs. A Figura 13 mostra, a partir de uma vista lateral, a relação entre os dois ímãs repulsivos. De forma a se compensar o potencial gravitacional, o ímã fixo é deslocado para baixo a uma distância d a partir do local de alinhamento. Esta distância deve ser calibrada experimentalmente com base também na interação estática inicial entre os ímãs, quando ainda não há excitação de base; o parâmetro para essa definição é a intensidade

da força magnética, que depende da massa do ímã acoplado à viga. D é a distância horizontal do centro ao centro dos dois ímãs. x é a amplitude do movimento da extremidade livre da viga ao longo do eixo vertical. r representa o vetor posição entre os centros dos ímãs, e m_a e m_b representam os momentos magnéticos efetivos deles. \hat{j} é o vetor unitário da direção vertical e α é o ângulo entre r e D .

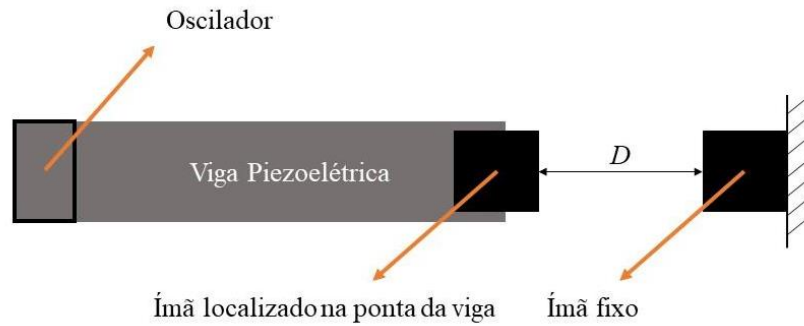


Figura 12 – Vista superior do sistema. Adaptado de De Paula et al. (2015).

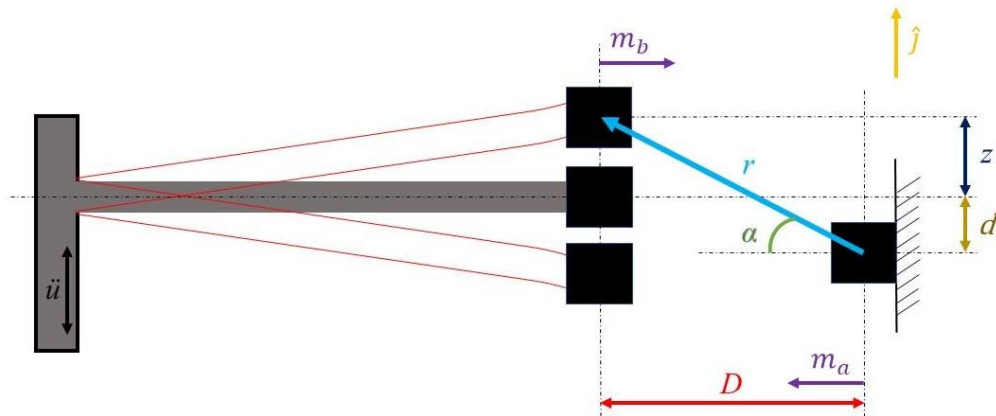


Figura 13 – Vista lateral da posição relativa entre os ímãs. Adaptado de De Paula et al. (2015).

Como é empregada uma interação dipolo-dipolo entre os ímãs, a força magnética F_{mag} pode ser expressa em forma de vetor por:

$$\vec{F}_{mag}(x) = \frac{3\mu_0 m_a m_b}{4\pi |r|^4} [\hat{r} \times \hat{m}_a \times \hat{m}_b + \hat{r} \times \hat{m}_b \times \hat{m}_a - 2\hat{r}(\hat{m}_a \hat{m}_b) + 5\hat{r}(\hat{r} \times \hat{m}_a)(\hat{r} \times \hat{m}_b)] \quad (42)$$

onde $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} [N/A^2]$ é a permeabilidade do vácuo; r , m_a e m_b são as magnitudes dos vetores r , m_a e m_b , respectivamente; e \hat{r} e \hat{m}_a, \hat{m}_b são seus respectivos vetores unitários. Ao relacionar os vetores unitários, a eq. (42) pode ser reduzida a:

$$\vec{F}_{mag}(x) = \frac{3\mu_0 m_a m_b}{4\pi |r|^4} [4\hat{j} \sin \alpha - 5\hat{r}(\sin \alpha)^2] \quad (43)$$

$$\text{onde } \alpha = \arctan [(z + d) / D] \quad \text{e} \quad r = \sqrt{(z + d)^2 + (D)^2}.$$

Assim, a força magnética na direção vertical pode ser representada por:

$$F_{magv}(x) = \vec{F}_{mag}(x) \cdot \hat{j} = \frac{3\mu_0 m_a m_b}{4\pi |r|^4} [4 \sin \alpha - 5(\sin \alpha)^3] \quad (44)$$

Conforme demonstrado em Cottone et al (2009) e Tang et al (2012), a equação (44) pode ser simplificada através de uma expansão em série Maclaurin para pequenos deslocamentos, chegando em uma equação simplificada em função dos deslocamentos conforme a equação (44). Essa equação é expressa por:

$$F_{mag}(z) \approx (K_0 + K_1)z + az^3 \quad (45)$$

onde K_0 ($K_0 > 0$) é a rigidez efetiva da configuração linear (sem ímãs) e os termos $K_1 z$ e az^3 são os componentes linear e não linear equivalentes a uma força “mola” não linear introduzida pelos influência dos ímãs, respectivamente. Para o caso de dois ímãs se atraindo, temos que $K_1 = (\mu_0 m^2 / 2\pi) 3dD^{-5} > 0$ e $a = -(\mu_0 m^2 / 2\pi)(15/2)d^3D^{-7} < 0$, ou seja, a parte linear da força “endurece” o sistema, mas a parte cúbica não linear induz a um “amolecimento” do sistema. Enquanto isso, para o caso de dois ímãs se repelindo, temos que $K_1 = -(\mu_0 m^2 / 2\pi) 3dD^{-5} > 0$ e $a = (\mu_0 m^2 / 2\pi)(15/2)d^3D^{-7} < 0$.

A força magnética introduzida no problema apresentada na Equação (45) está associada a um potencial magnético similar a um pêndulo não linear com interação magnética dipolo-dipolo de acordo com Cottone et al (2009), definida por:

$$U(z) = \frac{1}{2}K_0z^2 + \frac{\mu_0m_a m_b}{2\pi d}(d^2z^2 + D^2)^{\frac{-3}{2}}. \quad (46)$$

A partir desse sistema montado, serão feitas análises com e sem a presença da força magnética, variando parâmetros como amplitude da aceleração (A), frequência de vibração (ω), além dos parâmetros relativos à força magnética, como os momentos de dipolo magnéticos dos ímãs (m_a e m_b) e a distância entre os ímãs (D). Abaixo, é apresentada a Tabela 1 com os valores de cada indicador que serão utilizados para o estudo. Essas medidas foram referenciadas de Ai et al. (2019), e para posterior validação dos resultados, foi disposto também o estudo de Tang et al (2012).

Tabela 1 – Parâmetros do sistema

Parâmetros do oscilador piezoelétrico						
m_i [kg]	c [N.s/m]	K_P [N/m]	C_P [F]	θ [N/V]	R [Ω]	A [m/s ²]
0.00878	0.219	4150	4.194×10^{-8}	-0.004688	100×10^3	2.5
Parâmetros magnéticos						
d [mm]	m_a [Am ²]	m_b (caso repulsivo) [Am ²]	m_b (caso atrativo) [Am ²]	K_θ [Nm ⁻¹]		
1	0.2	0.2	-0.2	226		

A potência média de saída (\bar{P}) é definida como:

$$\bar{P} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t (V^2/R)^2 dt} \quad (47)$$

O mesmo vale para o deslocamento médio:

$$\bar{z} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t (z)^2 dt} \quad (48)$$

4. RESULTADOS

As análises, inicialmente, foram feitas sem a presença do campo magnético, de forma a ser feita a validação do código. Os resultados obtidos foram então comparados com os resultados de Ai et al. (2019). Na Figura 14, é apresentado o comportamento da viga com relação ao movimento, onde é possível ver que há um determinado valor de frequência, chamada frequência de ressonância, onde o deslocamento atinge o seu pico. Nesse caso, foi obtido um valor médio máximo de $z = 0,048$ mm para um $\omega = 724$ rad/s.

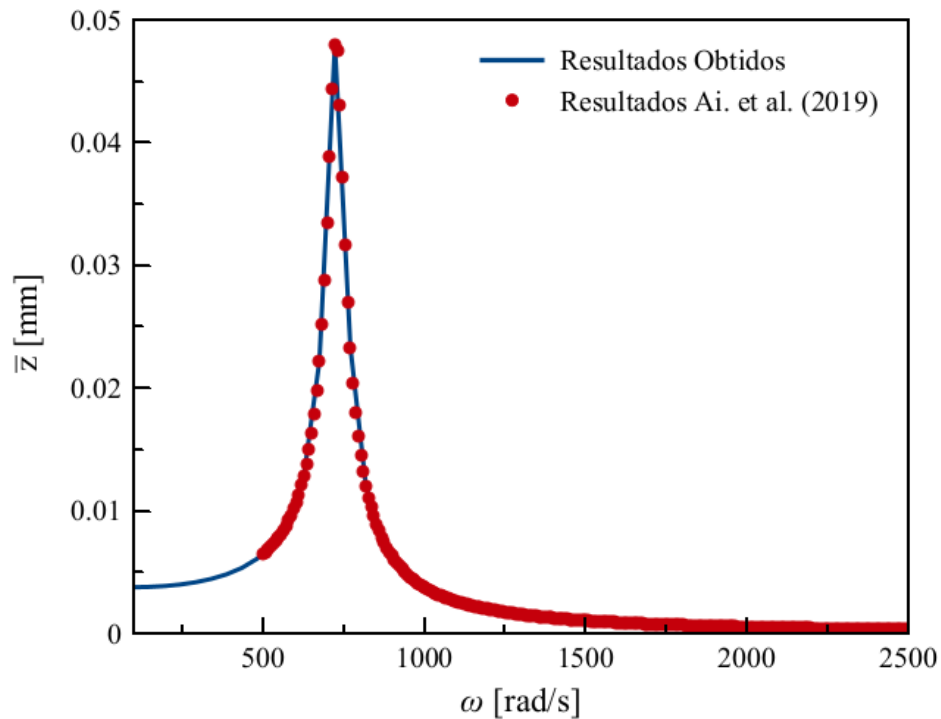


Figura 14 - Deslocamento médio em função de ω .

Neste mesmo ponto de frequência de ressonância, também é possível obter os maiores valores de potência gerada, já que há uma maior intensidade de vibração. A Figura 15 mostra que, de forma análoga ao deslocamento, o maior valor de potência média chegou a 0,33 mW, também na frequência de $\omega = 724$ rad/s. O resultado ficou idêntico ao de resultados de Ai et al. (2019).

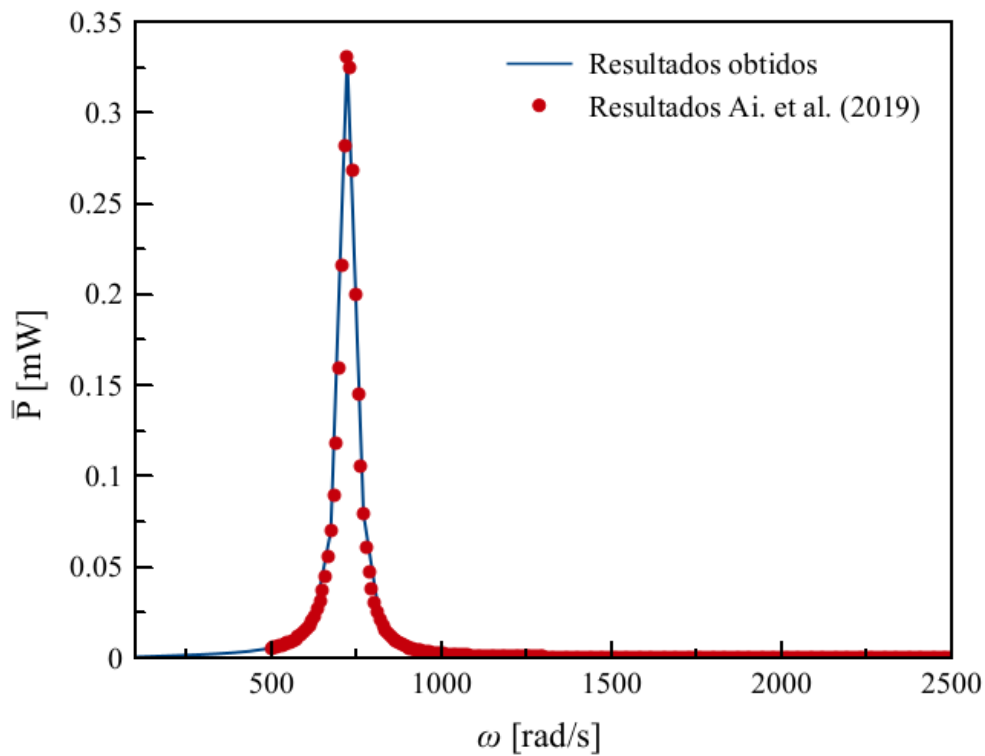


Figura 15 – Potência média em função de ω .

Além disso, foi feito um estudo a partir dos espaços de fase, que é definido como o espaço formado pelas posições generalizadas e seus momentos conjugados correspondentes, ou seja, suas derivadas temporais. No âmbito físico, cada ponto do espaço fásico representa uma possível condição do sistema mecânico, sendo o ponto fixo na origem a representação do equilíbrio estático do sistema e as órbitas ao seu redor, a representação dos movimentos periódicos do sistema. Sendo assim, foram utilizados os valores de $\omega = 580$ rad/s, $\omega = 724$ rad/s e $\omega = 868$ rad/s, a fim de se analisar o comportamento do projeto a partir de diferentes frequências.

Foi verificado, conforme a Figura 16, que o sistema possui uma única órbita fechada, indicando periodicidade de período 1, podendo então ser descrito como um sistema linear. Como esperado, observa-se grandes deslocamentos na região de ressonância

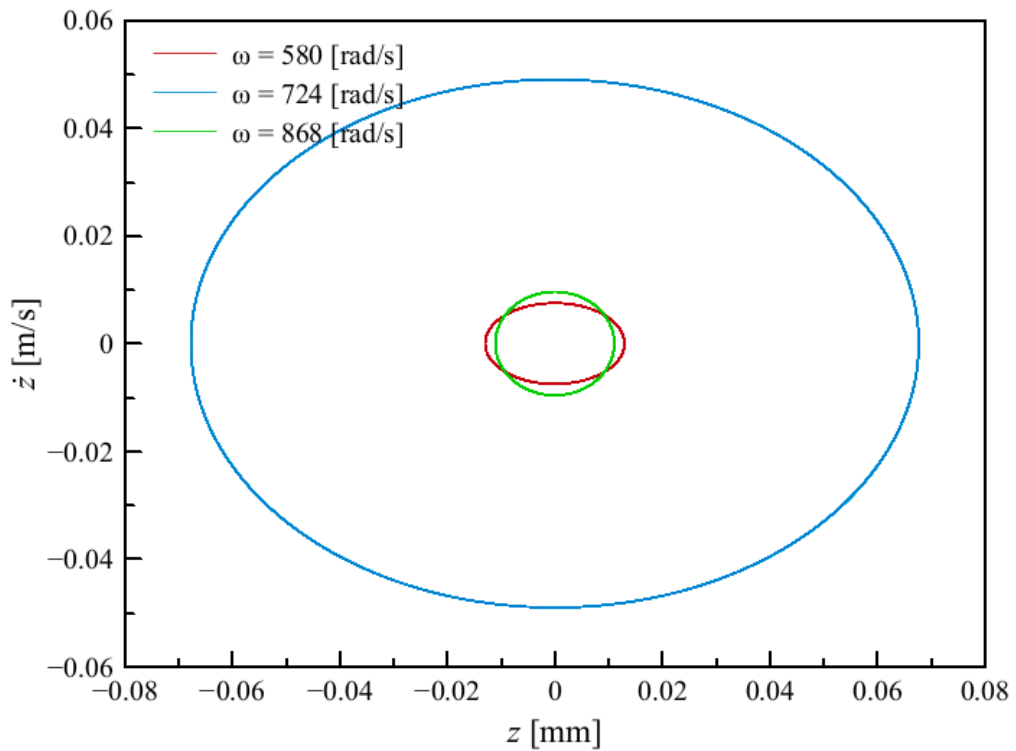


Figura 16 – Espaços de fase para diferentes ω

O movimento cíclico da viga também pode ser observado a partir dos valores de potência de saída em função do deslocamento (Figura 17). Vê-se um padrão do tipo borboleta, uma vez que a potência assume somente valores positivos. Também é possível observar que o sistema orbita em torno do ponto de equilíbrio $z = 0$ mm.

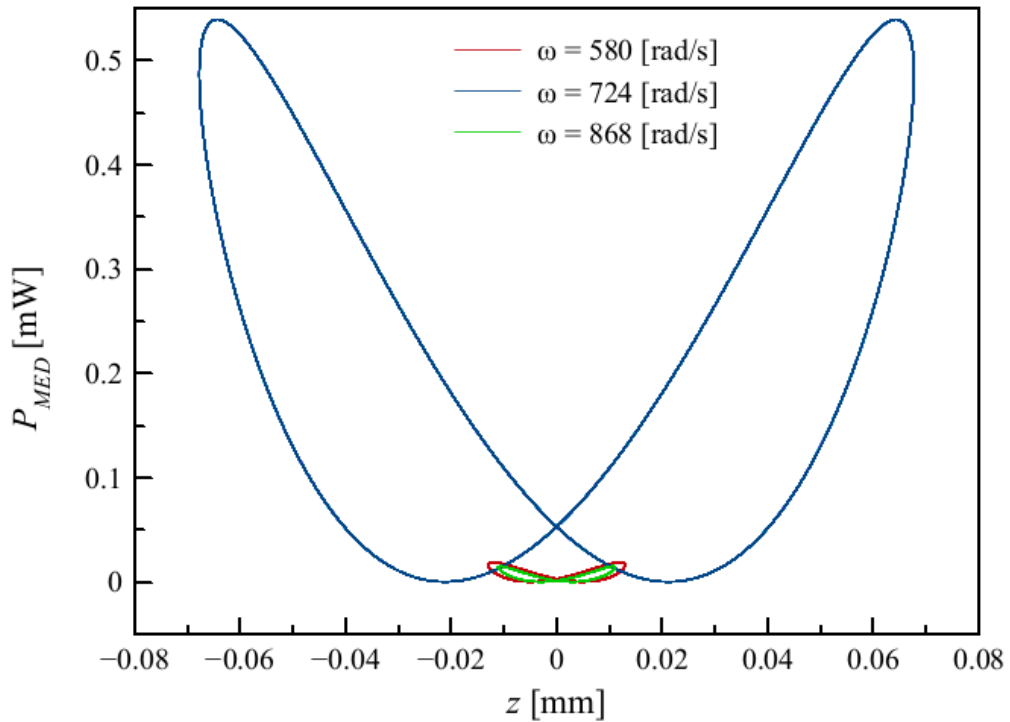


Figura 17 – Potência média em função do deslocamento

A Tabela 2 mostra os resultados de valores mínimos e máximos de potência para os casos analisados dos espaços de fases. É possível identificar discrepante queda brusca de P quando se comparada a frequência de ressonância com outras frequências vizinhas.

Tabela 2 – Resultados relativos às frequências

ω [rad/s]	P máx [μ W]	P mín [μ W]	z [μ m]	z [μ m]
580	0,187	$1,037 \times 10^{-5}$	11,978	-11,978
724	539,037	0,001	64,281	-64,281
868	14,826	$5,818 \times 10^{-5}$	10,671	-10,671

A partir de agora, serão apresentados os resultados com a inclusão da força magnética. Primeiramente, é feita uma análise da energia potencial em função do deslocamento para diferentes distâncias dos ímãs, tanto para casos atrativos como repulsivos, de forma a serem observadas as características do sistema após a introdução desses ímãs.

Na Figura 18, é exposto o estudo de Tang et al (2012), onde é feita uma comparação da previsão teórica de geração de energia conforme é alterada a distância entre os ímãs.

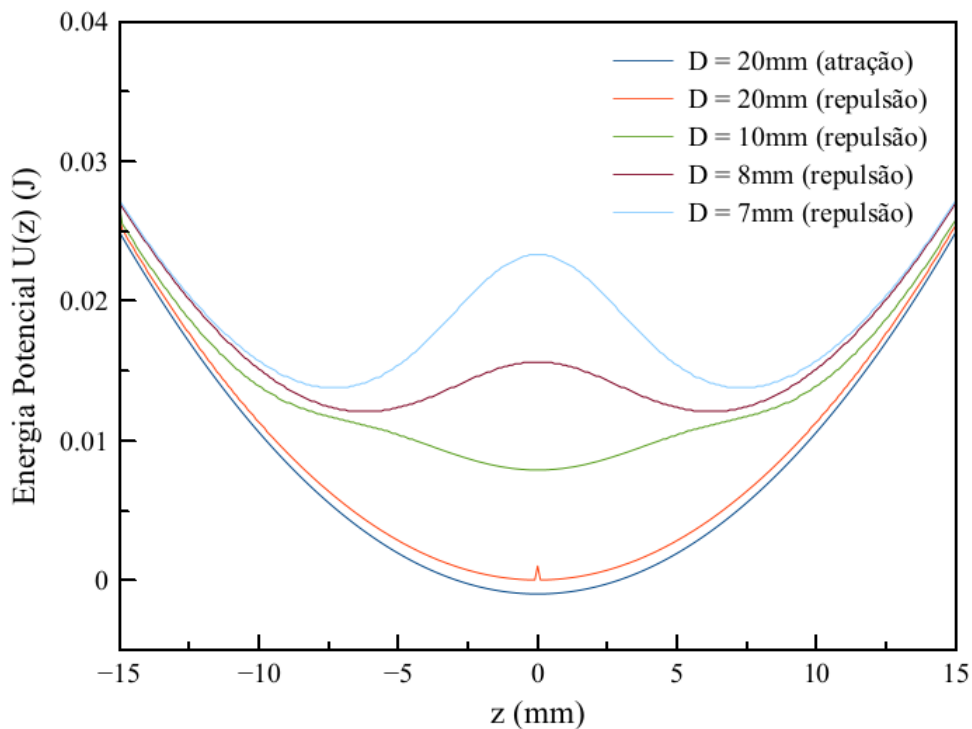


Figura 18 – Previsão teórica da energia potencial $U(z)$ para diferentes configurações magnéticas. (Adaptada de Tang et al (2012))

A interação dos ímãs reproduz o efeito de uma mola não linear, sendo este definido pelos parâmetros da Equação (46). Quando $K_0 > 0$ e o conjunto das constantes do segundo termo da Equação (46) resulta em um termo positivo, tem-se uma mola linear definida como sistema monoestável, a energia possui apenas um poço de potencial, tendo apenas um mínimo local. Já no caso em que $K_0 < 0$ e o conjunto das constantes do segundo termo da Equação (46) resulta em um termo positivo, a força de restituição está associada a uma energia potencial com dois pontos de mínimo e um máximo na origem, conhecida como duplo poço, o que passa a gerar uma biestabilidade no sistema.

Com relação ao projeto proposto, a análise numérica foi feita com base em diferentes valores de aceleração. Foram utilizados os valores de aceleração de $A = 5 \text{ m/s}^2$, $A = 7.5 \text{ m/s}^2$ e $A = 10 \text{ m/s}^2$, com intuito de avaliar o comportamento do sistema e apresentar os diferentes resultados de potência de saída, identificando a melhor configuração de parâmetros. Foram alterados também os parâmetros K_p e d , de forma a se comparar como cada um pode influenciar nos resultados do projeto.

Primeiramente, foi estudado o comportamento do sistema utilizando os parâmetros iniciais, que se encontram na Tabela 1. A Figura 19 mostra os casos repulsivos, onde a potência máxima para a primeira aceleração foi de 1,3 mW, para $D = 5 \text{ mm}$; para a segunda aceleração

foi de 3 mW, para $D = 5$ mm e $D = 7$ mm; e para a terceira aceleração, 5,4 mW, para $D = 7$ mm. Observa-se pouca diferença entre os resultados com diferentes distâncias entre ímãs para este conjunto de parâmetros, somente o caso de 3 mm apresentou um comportamento bastante distinto dos outros, indicando a presença predominante da interação das forças magnéticas no sistema, resultando em um decréscimo acentuado na potência e um endurecimento do sistema.

Casos Repulsivos

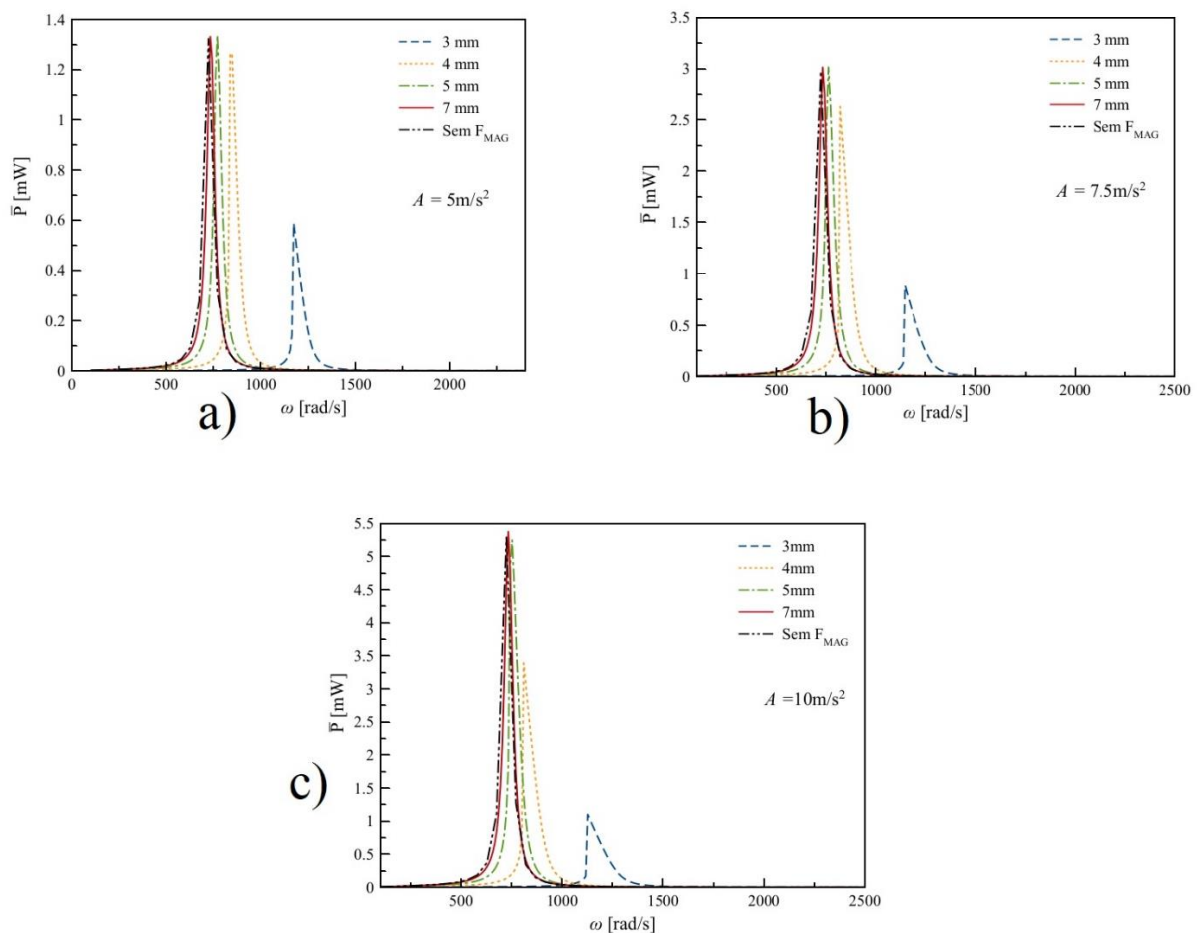


Figura 19 – a) Potência média gerada pelo sistema com os parâmetros magnéticos iniciais e com os ímãs na configuração repulsiva, a partir de diferentes acelerações de base: (a) $A = 5 \text{ m/s}^2$, (b) $A = 7.5 \text{ m/s}^2$ e (c) $A = 10 \text{ m/s}^2$.

Nos casos atrativos, apresentados na Figura 20, observa-se uma menor produção quando $D = 3$ mm quando se comparado ao caso repulsivo (Figura 19). Ao mesmo tempo que, nos outros valores de D já não ocorre tanta alteração, comportamento similar ao observado nos casos repulsivos. Quando o sistema é acelerado a 5 m/s^2 , é produzido um máximo de 1.3 mW

de potência, quando $D = 7$ mm. Já para $7,5 \text{ m/s}^2$, são produzidos 3 mW , quando $D = 4$ mm. E para 10 m/s^2 , $5,4 \text{ mW}$, quando $D = 5$ mm. Quanto maior o valor de D mais próximo do caso sem ímãs. Além disso, observa-se nitidamente que a inclusão dos ímãs pode alterar o valor da frequência em que ocorre o pico de ressonância.

Casos Atrativos

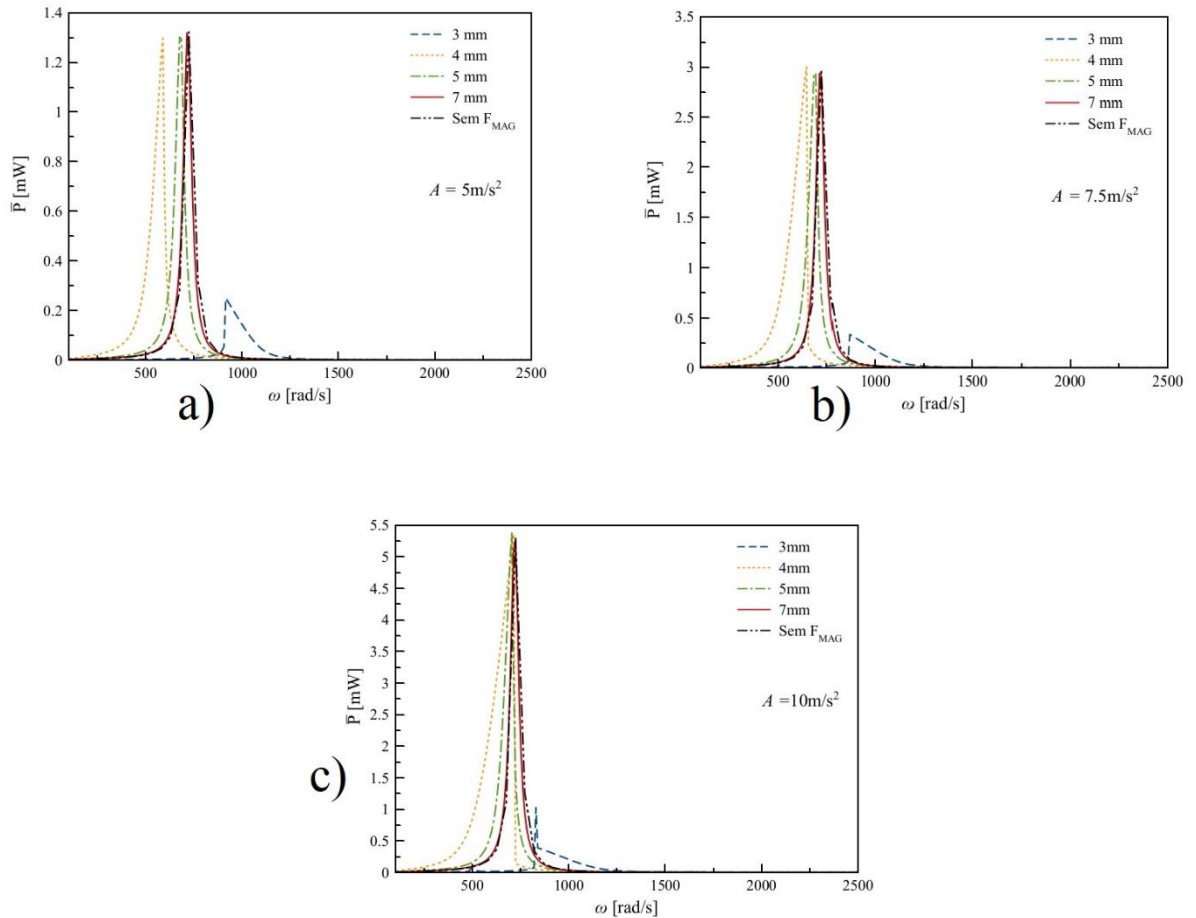


Figura 20 – a) Potência média gerada pelo sistema com os parâmetros magnéticos iniciais e com os ímãs na configuração atrativa, a partir de diferentes acelerações de base: (a) $A = 5 \text{ m/s}^2$, (b) $A = 7.5 \text{ m/s}^2$ e (c) $A = 10 \text{ m/s}^2$.

Tendo em vista que os parâmetros analisados até o momento não resultaram em grandes modificações no sistema, decidiu-se estudar o comportamento do sistema com uma rigidez menor. Conforme as Equações (40) e (45), entram nas análises os valores de rigidez efetiva da viga piezoelétrica K_p e o valor K_0 da rigidez proveniente da interação magnética. Neste caso, o termo linear da equação foi aproximado para $[(K_p + K_0)z] \approx K_0 z$, de forma a ser diminuída a rigidez linear do sistema, podendo assim, ser verificada a influência do termo não-linear a partir

dessa redução. Na Figura 21, é apresentado o comportamento do sistema no caso repulsivo, no qual é possível observar que o caso sem a força magnética sai na frente quanto à potência gerada. Os picos máximos de aceleração foram os mesmos do caso anterior, no entanto, é possível perceber maior largura de banda nos casos não-lineares. É possível agora observar comportamentos bastante distintos com a variação da distância entre ímãs. Os valores de pico variam consideravelmente tanto em amplitude como em frequência.

Casos Repulsivos

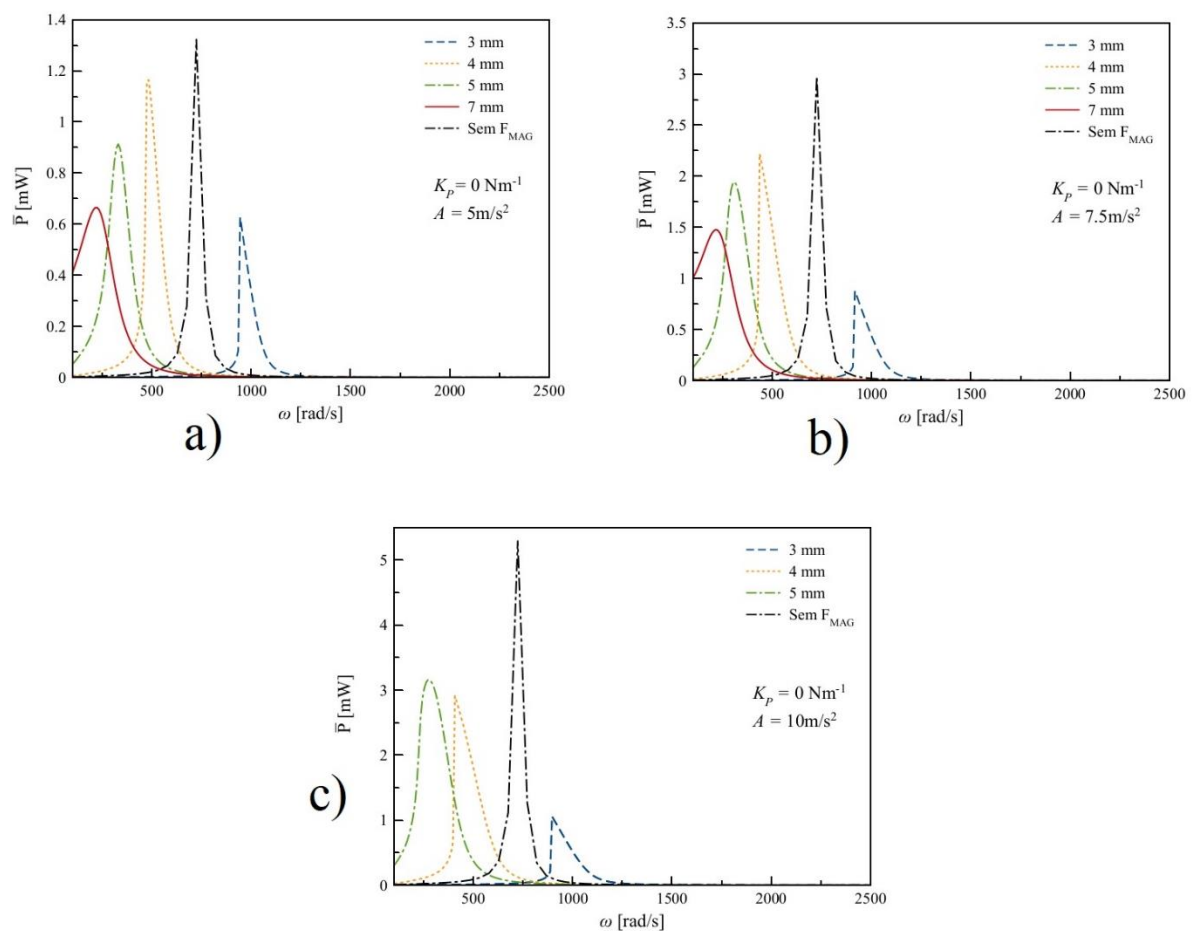


Figura 21 – a) Potência média gerada pelo sistema quando $K_p = 0 \text{ Nm}^{-1}$ e com os ímãs na configuração repulsiva, a partir de diferentes acelerações de base: (a) $A = 5 \text{ m/s}^2$, (b) $A = 7.5 \text{ m/s}^2$ e (c) $A = 10 \text{ m/s}^2$.

Na Figura 22, onde são mostrados os casos atrativos, nota-se que há aumento do pico da potência gerada nos casos de $D = 5 \text{ mm}$ quando $A = 5 \text{ m/s}^2$ e $D = 7 \text{ mm}$ em $A = 5 \text{ m/s}^2$ e $A =$

7.5 m/s², quando se comparados com os casos repulsivos. Já nos casos de $D = 3$ mm e $D = 4$ mm, a geração de potência foi menor nos três valores de aceleração.

Casos Atrativos

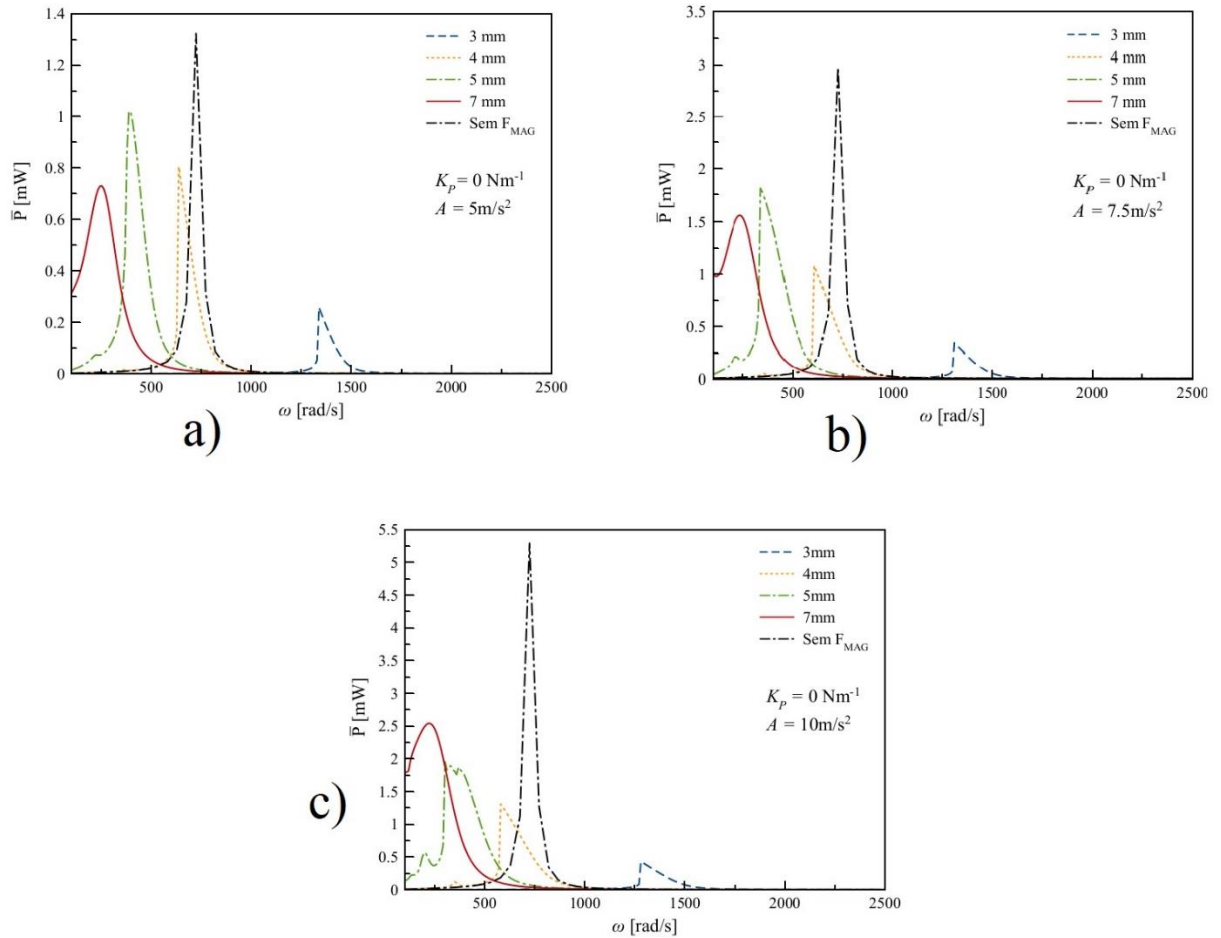


Figura 22 – a) Potência média gerada pelo sistema quando $K_p = 0 \text{ Nm}^{-1}$ e com os ímãs na configuração atrativa, a partir de diferentes acelerações de base: (a) $A = 5 \text{ m/s}^2$, (b) $A = 7.5 \text{ m/s}^2$ e (c) $A = 10 \text{ m/s}^2$.

Nas análises onde foi modificado o valor de d , no caso repulsivo, percebe-se que não houve variação considerável entre as situações com e sem presença de ímãs. Em todos os valores de aceleração, a curva representando o sistema sem F_{MAG} atingiu o maior dos picos, chegando a 1,3 mW para 5 m/s^2 , 3 mW a 7 m/s^2 e 5,3 mW a 10 m/s^2 . Os mesmos picos de 1,3 mW e 3 mW foram atingidos para quando $D = 7 \text{ mm}$ em $A = 5 \text{ m/s}^2$ e $A = 7,5 \text{ m/s}^2$, como mostra a Figura 23.

Casos Repulsivos

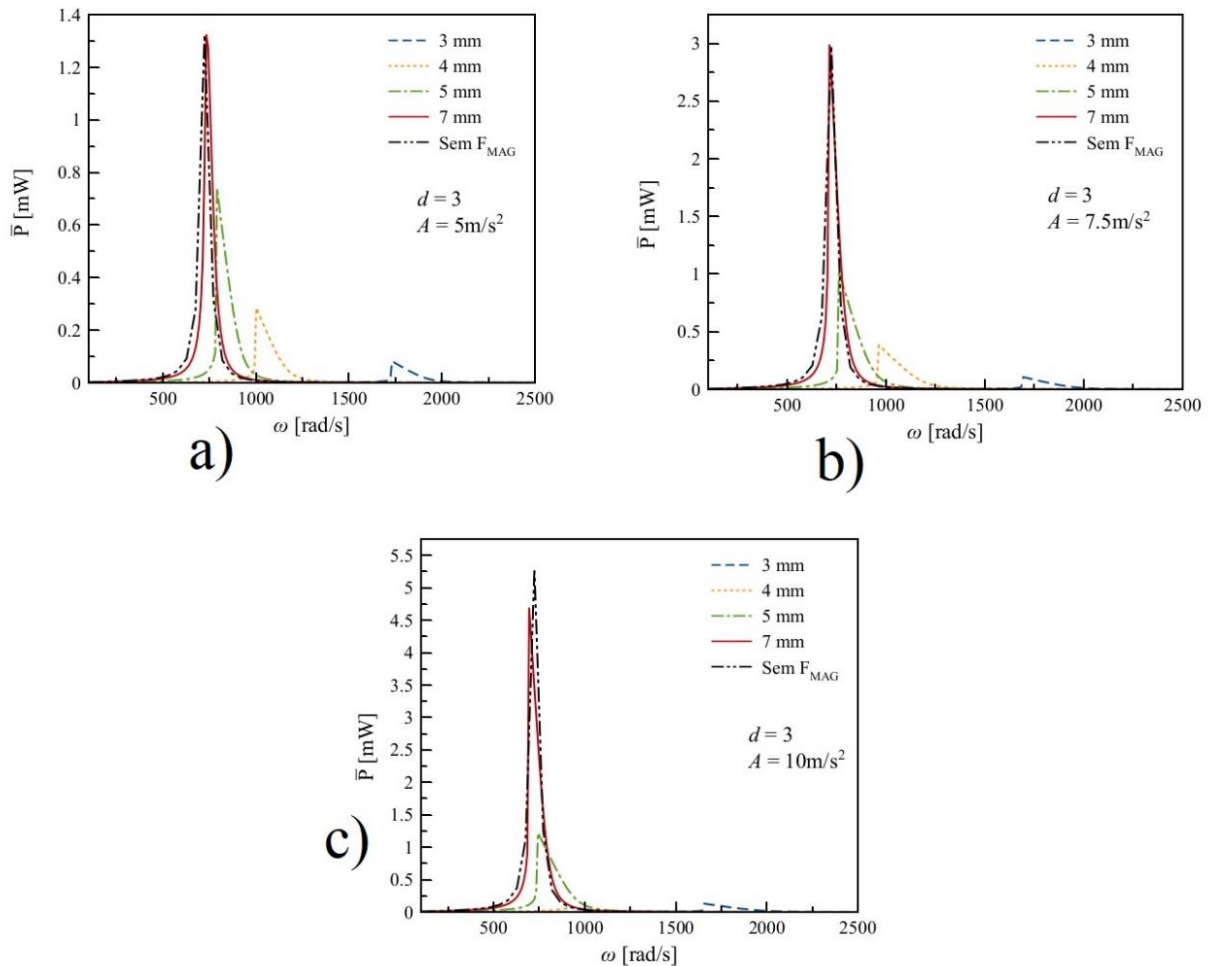


Figura 23 – a) Potência média gerada pelo sistema quando $d = 3$ mm e com os ímãs na configuração repulsiva, a partir de diferentes acelerações de base: (a) $A = 5\text{m/s}^2$, (b) $A = 7.5\text{m/s}^2$ e (c) $A = 10\text{m/s}^2$.

Já para os casos atrativos, há grande variação tanto de produção de energia como de largura de banda nos casos de $D = 4$ mm e $D = 5$ mm. Em comparação ao caso repulsivo, o ponto máximo da curva de $D = 4$ mm em a) foi ampliado de 0,3 mW para 1,2 mW, enquanto em b) foi de 0,4 mW para 2,1 mW e em c), de 1,2 mW para 3 mW. Fazendo essa mesma comparação para quando $D = 5$ mm, é possível observar um aumento em a) de 0,7 mW para 1,3 mW, em b) de 1 mW para 2,8 mW e em c) de 1,2 mW para 4,5 mW. Além do incremento nos valores de \bar{P} , é relevante o quanto a largura de banda cresceu nesses dois casos. Com relação

aos picos máximos, não houve mudanças entre os cenários repulsivos e atrativos, o que pode ser notado na figura 24.

Casos Atrativos

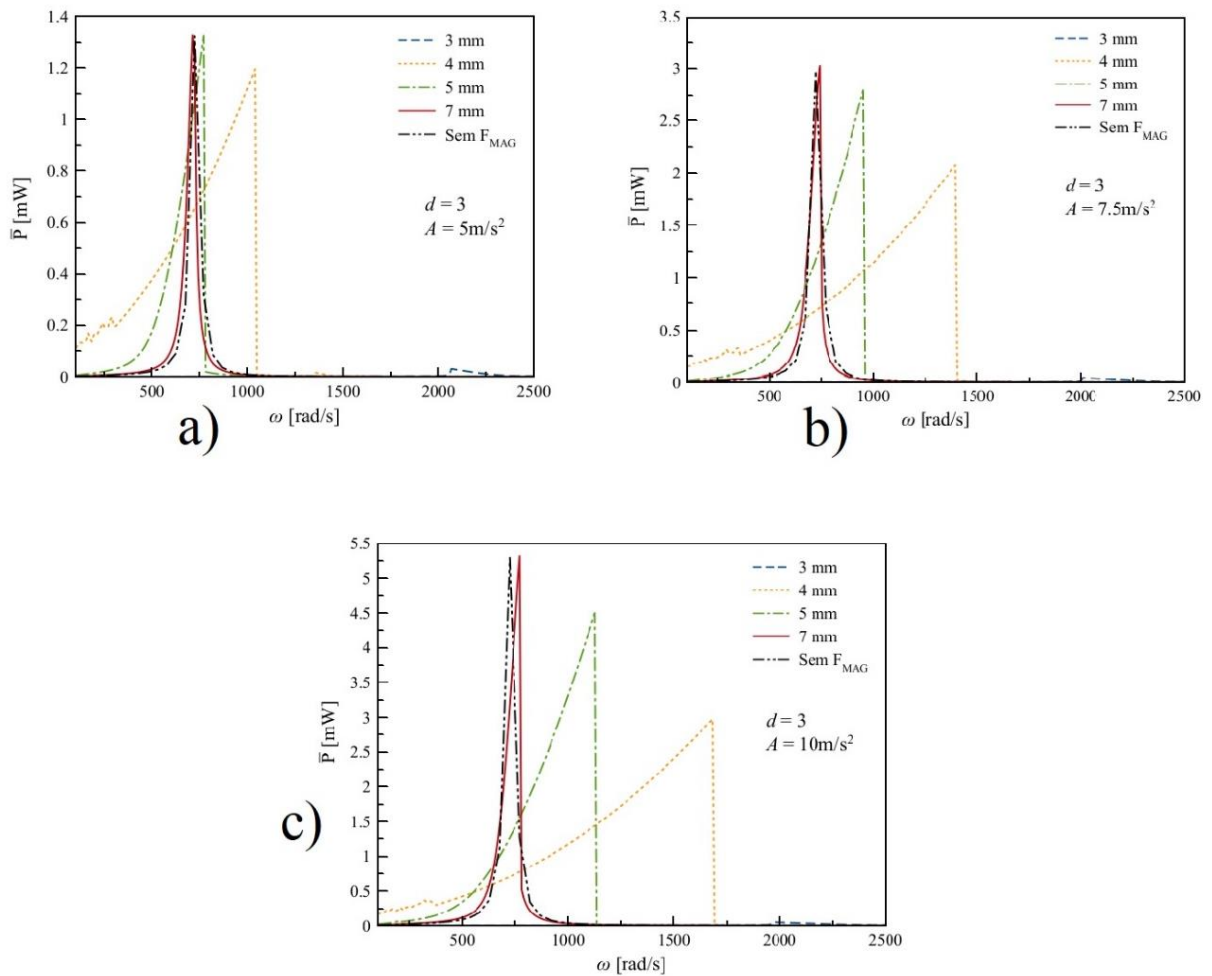


Figura 24 – a) Potência média gerada pelo sistema quando $d = 3$ mm e com os ímãs na configuração atrativa, a partir de diferentes acelerações de base: (a) $A = 5 \text{ m/s}^2$, (b) $A = 7.5 \text{ m/s}^2$ e (c) $A = 10 \text{ m/s}^2$.

Dentre as análises feitas, é difícil identificar de forma clara quais casos foram mais eficientes quando comparados com o caso linear, pois existe uma competição entre máximos de potência e largura de banda. Para realizar esta análise, foi feita uma média da potência no intervalo de frequência analisado. Essas análises foram divididas por cada aceleração,

comparando os casos repulsivos e atrativos para cada uma das circunstâncias, como podem ser observadas nas Figuras 25 (a) e (b).

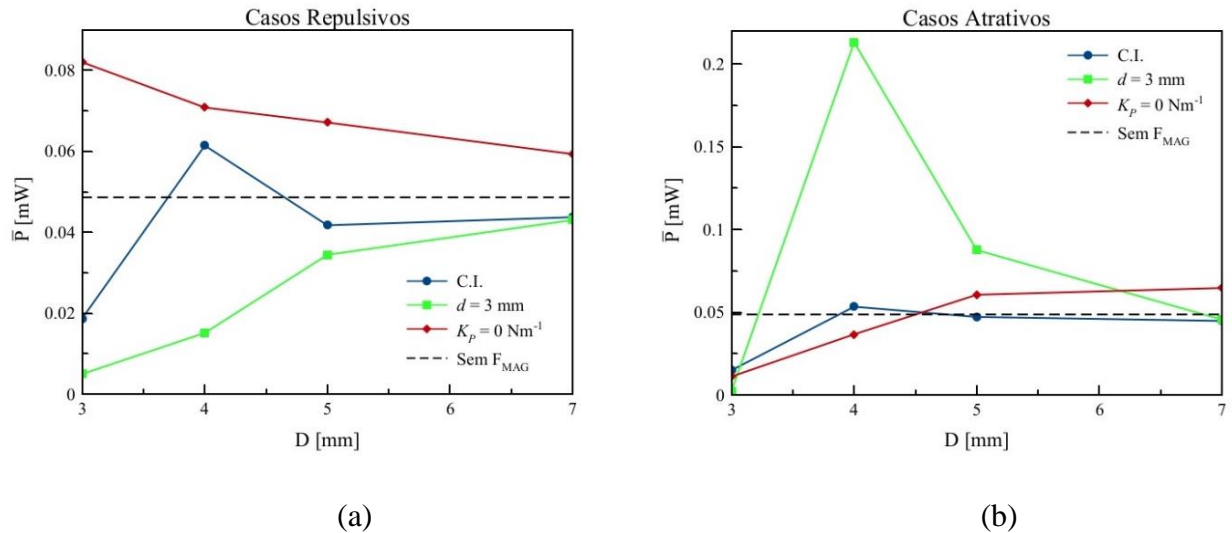


Figura 25 – Comparação entre a produção média de energia para os casos repulsivos (a) e atrativos (b), quando $A = 5$ m/s^2 .

Quando comparados com o caso sem a força magnética, nos casos repulsivos em que a aceleração era de 5 m/s^2 , pode-se observar uma maior média de energia gerada quando $K_P = 0$ Nm^{-1} para todos os valores de D , assim como nas condições iniciais, para $D = 4$ mm. Já nos atrativos, verificou-se maior média quando $d = 3$ mm para os valores de $D = 4$ mm e $D = 5$ mm; nas condições iniciais, quando $D = 4$ mm; e quando $K_P = 0$ Nm^{-1} , para $D = 5$ mm e $D = 7$ mm. No geral, o maior valor médio foi em torno de 69% maior que o valor do sistema sem os ímãs nos casos repulsivos, enquanto no caso atrativo esse valor foi mais de quatro vezes maior. Esses resultados são apresentados na Figura 25.

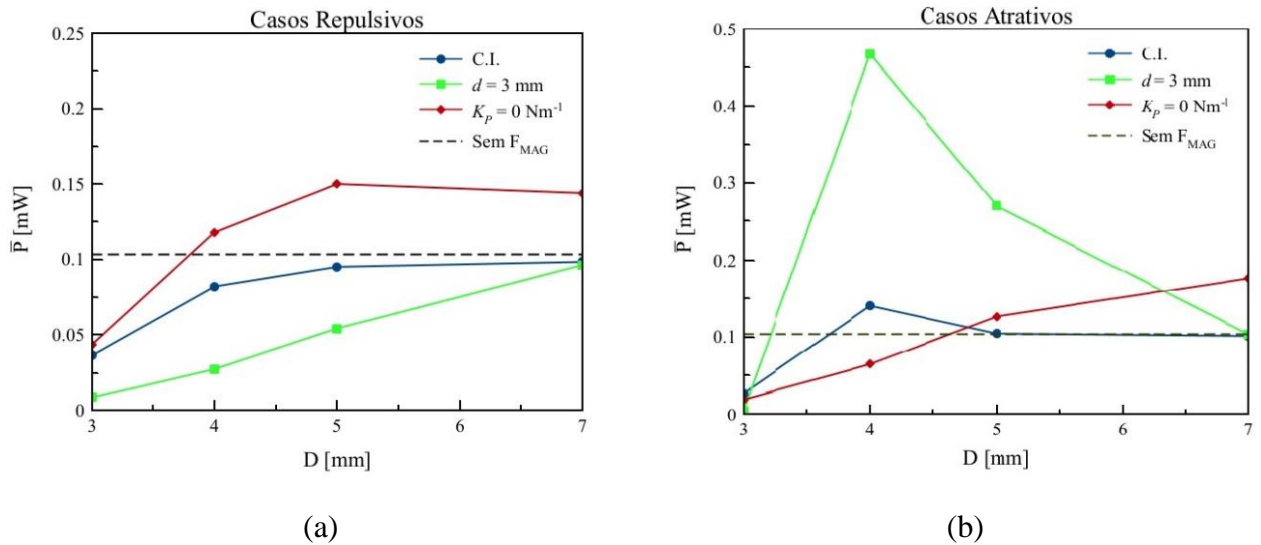


Figura 26 – Comparação entre a produção média de energia para os casos repulsivos (a) e atrativos (b), quando $A = 7.5 \text{ m/s}^2$.

Da mesma maneira que para a primeira aceleração, foram feitas as mesmas comparações para quando $A = 7.5 \text{ m/s}^2$. Na Figura 26, é visto que as melhores médias de energia produzida foram para os casos de $D = 4 \text{ mm}$, $D = 5 \text{ mm}$ e $D = 7 \text{ mm}$, quando $K_P = 0 \text{ Nm}^{-1}$, com os ímãs em configuração de repulsão. Na configuração de atração, os melhores valores foram quando $d = 3 \text{ mm}$ para $D = 4 \text{ mm}$ e $D = 5 \text{ mm}$; quando $K_P = 0 \text{ Nm}^{-1}$ para $D = 5 \text{ mm}$ e $D = 7 \text{ mm}$; e nas condições iniciais, para $D = 4 \text{ mm}$. Para o caso repulsivo, o maior valor médio de potência foi em torno de 45% maior que o valor sem a força magnética. No caso atrativo, o maior valor médio foi 452% maior.

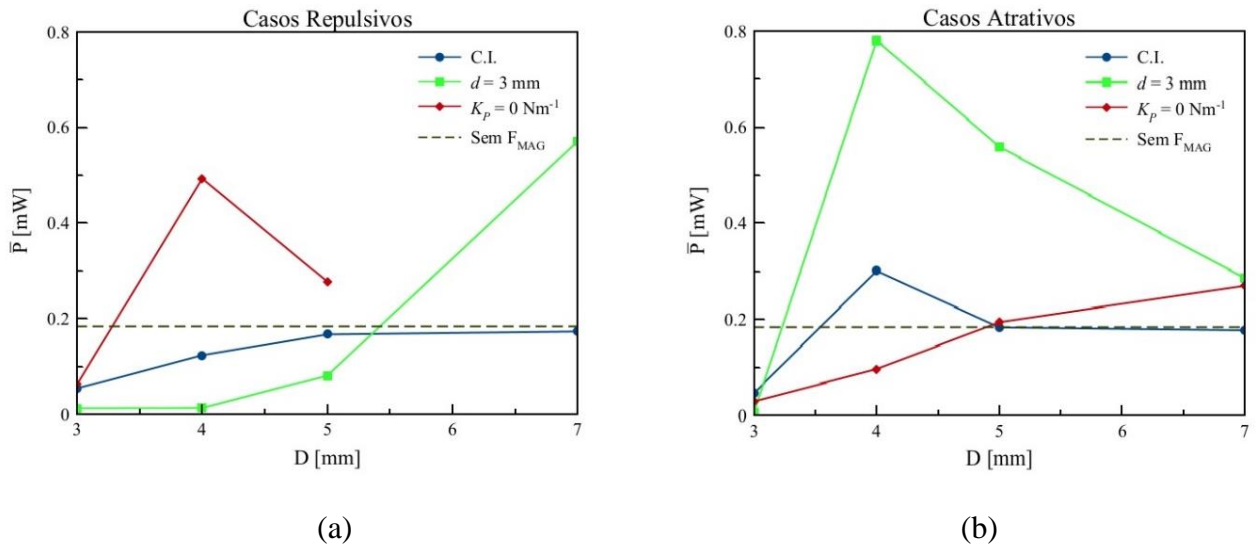


Figura 27 – Comparação entre a produção média de energia para os casos repulsivos (a) atrativos (b), quando $A = 10 \text{ m/s}^2$.

Na última e maior das acelerações, os melhores valores médios obtidos de energia gerada foram quando $K_P = 0 \text{ Nm}^{-1}$ para $D = 4 \text{ mm}$ e $D = 5 \text{ mm}$, e quando $d = 3 \text{ mm}$ para $D = 7 \text{ mm}$, levando em consideração os casos repulsivos. Nos atrativos, é possível observar isso nas condições iniciais quando $D = 4 \text{ mm}$; quando $d = 3 \text{ mm}$ para $D = 4 \text{ mm}$, $D = 5 \text{ mm}$ e $D = 7 \text{ mm}$; e quando $K_P = 0 \text{ Nm}^{-1}$ para $D = 7 \text{ mm}$. Na configuração de repulsão, o maior valor médio de \bar{P} foi mais de três vezes maior que o valor do sistema sem os ímãs, enquanto na de atração, o valor foi em torno de 425% maior.

5. CONCLUSÕES

Ao longo deste trabalho, foram apresentados diversos benefícios e aplicações da piezoelectricidade. Esse tipo de geração de energia tem permitido cada vez mais avanços nas tecnologias, principalmente quando se remete a pequenos dispositivos que podem se autoalimentar de forma a não necessitar de baterias, como já citado anteriormente. No entanto, não se limitando a um menor porte, foi observado também a utilização em uma maior escala, como em pavimentos e pontes.

Por conta de dependerem apenas de vibrações, a utilidade de dispositivos piezoelétricos nas mais diversas áreas se torna bem ampla, principalmente levando em conta as inúmeras possibilidades de tamanho de projeto. Além disso, a investigação desse tipo de equipamento é feita por meio de implementação numérica e simulações experimentais, o que torna as previsões dos resultados bem próximas da realidade, permitindo assim que o aparelho proposto seja o mais otimizado possível.

Com relação aos casos que foram analisados, foram feitos estudos dos casos iniciais e casos com alterações em alguns dos parâmetros iniciais. As mudanças foram com relação a rigidez efetiva da viga piezoelétrica (K_P), a distância de deslocamento do ímã fixo a partir do local de alinhamento do ímã móvel (d), a distância horizontal do centro ao centro dos dois ímãs (D) e a aceleração de base do sistema (A).

Por meio dessas análises, observa-se que, nas condições iniciais, os picos de potência máxima média gerada foram bem próximos comparando os casos linear e não lineares, enquanto com relação à potência média produzida, houve apenas quatro casos onde o sistema se saiu melhor do que o sistema sem a presença da F_{MAG} .

Quando foi variado o parâmetro K_P , não foram encontrados resultados superiores com relação à potência máxima média produzida, enquanto ao verificar a potência média para cada valor de D , em quatorze casos foram obtidos melhores valores ao se comparar com o sistema sem ímãs.

Ao variar o parâmetro d , apesar de não terem sido obtidos maiores valores de potência máxima média, foram identificados casos com maiores larguras de banda de operação. Analisando a potência média para os diferentes D , houve oito casos em que o valor superou a potência do sistema sem força magnética, sendo esses pontos ocorrendo predominantemente em configuração atrativa.

É possível observar que a variação do parâmetro A também gerou influência, podendo ser observado aumento tanto da potência máxima como da potência média gerada conforme é aumentado o valor da aceleração.

No geral, apesar de não ocorrerem melhores resultados quanto ao quesito de potência máxima média gerada, ou seja, os picos de potência com e sem força magnética foram similares, foram vistos diversos casos com uma maior produção média de energia ao se comparar os casos não lineares com o linear. Além disso, também foram vistos casos em que houve maior largura de banda de operação, o que justifica uma investigação mais ampla a respeito.

Apesar do elevado número de pesquisas já existentes correlacionando as forças magnéticas para geração de energia, tal tema possui potencial iminente na integração dos candidatos à geradores de energia sustentável, isto é, sem impacto ambiental considerável durante seu funcionamento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GEDEON, D., DORSCH, P., RUPITSCH, S. **Modeling and Simulation Approaches for Piezoelectric Vibration Energy Harvesting Systems.** IEEE Sensors Journal, vol. 21, no. 11, pp. 12926-12939, 2021.

SHI, G., XIA, Y., YANG, Y., CHEN, J., PENG, Y., XIA, H., WANG, X., QIAN, L. **A Sensorless Self-Tuning Resonance System for Piezoelectric Broadband Vibration Energy Harvesting.** IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 68, no. 3, pp. 2225-2235, 2021.

SAFAEI, M., SODANO, A., ANTON, S. **A Review of Energy Harvesting Using Piezoelectric Materials: State-Of-The-Art A Decade Later (2008–2018).** Smart Materials and Structures, Vol. 28, no. 11, 2019.

TÜRKMEN, A. e CELIK, C. **Energy harvesting with the piezoelectric material integrated shoe.** Energy (Oxford), Vol. 150, p. 556-564, 2018.

WEI, S., HU, H., HE, S. **Modeling and Experimental Investigation of An Impact-Driven Piezoelectric Energy Harvester from Human Motion.** Smart Materials and Structures, Vol. 22, Issue 10, 2013.

WANG, W., CAO, J., BOWEN, C., ZHOU, S., LIN, J. **Optimum Resistance Analysis and Experimental Verification of Nonlinear Piezoelectric Energy Harvesting from Human Motions.** Energy, Vol. 118, p. 221-230, 2017.

CHA, Y. **Energy Harvesting Using Flexible Piezoelectric Materials from Human Walking Motion: Theoretical Analysis.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 28, Ed. 20, p. 3006-3015, 2017.

IZADGOSHASB, I., LIM, Y., TANG, L., PADILLA, R., TANG, Z., SEDIGHI, M. **Improving Efficiency of Piezoelectric Based Energy Harvesting from Human Motions Using Double Pendulum System.** Energy Conversion and Management, Vol. 184, p. 559-570, 2019.

EDLA, M., LIM, Y., PADILLA, R., DEGUCHI, M. **An Improved Rectifier Circuit for Piezoelectric Energy Harvesting from Human Motion.** Applied Science, 11(5), 2021.

HWANG, S., JUNG, H., KIM, J., AHN, J., SONG, D., SONG, Y., LEE, H., MOON, S., PARK, H., SUNG, T. **Designing and Manufacturing a Piezoelectric Tile for Harvesting Energy from Footsteps.** Current Applied Physics, Vol. 15, Issue 6, p. 669-674, 2015.

SHREESHAYANA, R., RAGHAVENDRA, L., MANJUNATH, V. **Piezoelectric Energy Harvesting Using PZT in Floor Tile Design.** International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering. Vol. 6, Issue 12, 2017.

KARMAKAR, D., MAJUMDAR, K., PAL, M., ROY, P. e MACHAVARAPU, S. **Energy Harvesting from Pedestrian Movement Using Piezoelectric Material.** Materials Today: Proceedings, Vol. 57, Part 2, p. 391-397, 2022.

MAGHSOUDI, E., ZAWAWI, N., SINGH, B. **A Review of Walking Energy Harvesting Using Piezoelectric Materials.** IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 291, 2017.

KIM, Y., CHA, Y. **Energy Harvesting from Flexion Motion Using a Flexible Piezoelectric Ring.** Sensors and Actuators A: Physical, Vol. 343, 2022.

CHA, Y., HONG, J., LEE, J., PARK, J. AND KIM, K. **Flexible Piezoelectric Energy Harvesting from MouseClick Motions.** Sensors, 16(7), 1045, 2016.

DELNAVAZ, A E VOIX, J. **Flexible Piezoelectric Energy Harvesting from Jaw Movements.** Smart Materials and Structures, Vol. 23, Number 10, 2014.

LATIF, R., NOOR, M., YUNAS, J., HAMZAH, A. **Mechanical Energy Sensing and Harvesting in Micromachined Polymer-Based Piezoelectric Transducers for Fully Implanted Hearing Systems: A Review.** Polymers, 13(14), 2276, 2021.

XIE, X., WANG, Q. **A Mathematical Model for Piezoelectric Ring Energy Harvesting Technology from Vehicle Tires.** International Journal of Engineering Science, Vol. 94, p. 113-127, 2015.

ZHANG Y., ZHENG R., SHIMONO K., KAIZUKA T., NAKANO K. **Effectiveness Testing of a Piezoelectric Energy Harvester for an Automobile Wheel Using Stochastic Resonance.** Sensors, 16(10):1727, 2016.

ROJA ESMAEELI, R., ALINIAGERDROUDBARI, H., HASHEMI, S., ALHADRI, M., ZAKRI, W., BATUR, C., FARHAD, S. **Design, Modeling, And Analysis of a High-**

Performance Piezoelectric Energy Harvester for Intelligent Tires. International Journal of Energy Research, Vol. 43, Issue 10, p. 5199-5212, 2019.

ZHAO, Z., WANG, T., ZHANG B., SHI, J. **Energy Harvesting from Vehicle Suspension System by Piezoelectric Harvester.** Mathematical Problems in Engineering, 2019.

XIE, X., WANG, Q. **Energy Harvesting from A Vehicle Suspension System.** Energy, Vol. 86, p. 385-392, 2015.

LAFARGE, B., GRONDEL, S., DELEBARRE, C., CATTAN, E. **A Validated Simulation of Energy Harvesting with Piezoelectric Cantilever Beams on A Vehicle Suspension Using Bond Graph Approach.** Mechatronics, Vol. 53, p. 202-214, 2018.

ZHAONA, L., WANG, J. **Analysis of Piezoelectric Energy Harvesting Interface Circuit Applied to Automobile Engine Vibration.** E3S Web of Conferences, Vol. 252, p. 02061, 2021.

AL-YAFEAI, D., DARABSEH, T., MOURAD, A. **A State-Of-The-Art Review of Car Suspension-Based Piezoelectric Energy Harvesting Systems.** Energies, 13(9), 2336, 2020.

ELVIRA-HERNÁNDEZ, E., WOO-GARCÍA, R., LÓPEZ-HUERTA, F., VÁZQUEZ-LEAL, H., HERRERA-MAY, A. **Design of a MEMS-Based Piezoelectric Vibration Energy Harvesting Device for Automotive Applications.** Comp. y Sist., Vol. 23, 2019.

XIANG, Z., MO, J., QIAN, H., CHEN, W., LUO, D., ZHOU, Z. **Friction-Induced Vibration Energy Harvesting of a High-Speed Train Brake System Via a Piezoelectric Cantilever Beam.** Tribology International, Vol. 162, 107126, 2021.

BALGUVHAR, S., BHALLA, S. **Green Energy Harvesting Using Piezoelectric Materials from Bridge Vibrations.** Proceedings Of 2018 2nd International Conference on Green Energy and Applications (ICGEA), p.134-137, 2019.

HOU, W., ZHENG, Y., GUO, W., PENGCHENG, G. **Piezoelectric Vibration Energy Harvesting for Rail Transit Bridge with Steel-Spring Floating Slab Track System.** Journal of Cleaner Production, Vol. 291, 125283, 2021.

ROMERO, A., CÁMARA-MOLINA, J., MOLINER, E., GALVÍN, P., MARTÍNEZ-RODRIGO, M. **Energy Harvesting Analysis in Railway Bridges: An Approach Based on Modal Decomposition.** Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 160, 107848, 2021.

XU, X., CAO, D., YANG, H., HE, M. **Application of Piezoelectric Transducer in Energy Harvesting in Pavement.** International Journal of Pavement Research and Technology, Vol. 11, Issue 4, p. 388-395, 2018.

CORREIA, D., FERREIRA, A. **Energy Harvesting on Airport Pavements: State-of-the-Art.** Sustainability, 13(11), 2021.

MOTA, B., BARROSO, S. **O Uso Do Pavimento Para Geração De Energia E Desenvolvimento Sustentável De Cidades Inteligentes.** Transportes, 29(2), 2380, 2021.

CAO, Y., ZHANG, F., SHA, A., LIU, Z., LI, J., HAO, Y. **Energy Harvesting Performance of a Full-Pressure Piezoelectric Transducer Applied in Pavement Structures.** Energy and Buildings, Vol. 266, 112143, 2022.

JAHANGIRI, V., MIRAB, H., FATHI, R., ETTEFAGH, M. **TLP Structural Health Monitoring Based on Vibration Signal of Energy Harvesting System.** Latin American Journal of Solids and Structures, 13(5), 2016.

NECHIBVUTE, A., CHAWANDA, A., LUHANGA, P. **Piezoelectric Energy Harvesting Devices: An Alternative Energy Source for Wireless Sensors.** Smart Materials Research, Vol. 2012, Article ID 853481.

COVACI, C., GONTEAN, A. **Piezoelectric Energy Harvesting Solutions: A Review.** Sensors 20(12), 2020.

TOPRAK, A., TIGLI, O. **Piezoelectric Energy Harvesting: State-Of-The-Art and Challenges.** Applied Physics Reviews 1, 031104, 2014.

FENGLIN, Y., WENGJUN, M., JIE, Z., HANG, Y. **Cantilever Beam Based Piezoelectric Energy Harvester.** International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems, Vol. 8, Issue 4, 2015.

CRYNS, J., HATCHELL, B., SANTIAGO-ROJAS, E., SILVERS, K. **Experimental Analysis of a Piezoelectric Energy Harvesting System for Harmonic, Random, And Sine on Random Vibration.** Advances in Acoustics and Vibration, 2013.

BATRA, A., CURRIE, J., ALOMARI, A., AGGARWAL, M., BOWEN, C. **A Versatile and Fully Instrumented Test Station for Piezoelectric Energy Harvesters.** Measurement, Vol. 114, p. 9-15, 2018.

CELLULAR, A., MONTEIRO, L., SAVI, M. **Numerical Investigation of Nonlinear Mechanical and Constitutive Effects on Piezoelectric Vibration-Based Energy Harvesting.** *Technisches Messen*, 85(9), p. 565–579, 2018.

SCHENK, M., HERDER, J. **Bistable vibration energy harvesters: A review.** *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 24(11), p. 1303–1312, 2016.

DE PAULA, A., INMAN, D., SAVI, M. **Energy Harvesting in A Nonlinear Piezomagnetoelastic Beam Subjected to Random Excitation.** *Mechanical Systems and Signal Processing*, 54-55, 2015.

KIM, M., HOEGEN, M., DUGUNDJI, J., WARDLE, B. **Modeling and Experimental Verification of Proof Mass Effects on Vibration Energy Harvester Performance.** *Smart Materials and Structures*, 19, 2010.

PAN, J., QINA, W., DENG, W. **Promote Efficiency of Harvesting Vibration Energy by Tailoring Potential Energy with Addition of Magnets.** *AIP Advances* 9, 075323, 2019.

JIANG, J., LIU, S., FENG, L., ZHAO, D. **A Review of Piezoelectric Vibration Energy Harvesting with Magnetic Coupling Based on Different Structural Characteristics.** *Micromachines*, 12(4), 2021.

FERRARI, M., FERRARI, V., GUIZZETTI, M., ANDÒ, B., BAGLIO, S., TRIGONA, C. **Improved Energy Harvesting from Wideband Vibrations by Nonlinear Piezoelectric Converters.** *Sensors and Actuators A: Physical*, 162, 2010.

LI, X., HUANG, K., LI, Z., XIANG, J., HUANG, Z., MAO, H., CAO, Y. **Investigation of the Influence of Additional Magnets Positions on Four-Magnet Bi-Stable Piezoelectric Energy Harvester.** *Technical Sciences*, Vol. 70(1), 2022.

XU, J., TANG, J. **Linear Stiffness Compensation Using Magnetic Effect to Improve Electro-Mechanical Coupling for Piezoelectric Energy Harvesting.** *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 235, p. 80-94, 2015.

FIROOZY, P., KHADEM, S., POURKIAEE, S. **Broadband Energy Harvesting Using Nonlinear Vibrations of a Magnetopiezoelastic Cantilever Beam.** *International Journal of Engineering Science*, Vol. 111, p. 113-133, 2017.

ABDELMOULA, H., ZIMMERMAN, S., ABDELKEFI, A. **Accurate Modeling, Comparative Analysis, And Performance Enhancement of Broadband Piezoelectric Energy Harvesters with Single and Dual Magnetic Forces.** International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 95, p. 355-363, 2017.

ZHANG, X., ZUO, M., YANG, W., WAN, X. **A Tri-Stable Piezoelectric Vibration Energy Harvester for Composite Shape Beam: Nonlinear Modeling and Analysis.** Sensors, 20(5), 2020.

IBRAHIM, D., MUTHALIF, A., NORDIN, N., SALEH, T. **Comparative Study of Conventional and Magnetically Coupled Piezoelectric Energy Harvester to Optimize Output Voltage and Bandwidth.** Microsystem Technologies, 23(7), 2017.

REN, Z., ZHAO, H., LIU, C., QIAN, L., ZHANG, S., ZHAO, J. **Study the Influence of Magnetic Force on Nonlinear Energy Harvesting Performance.** AIP Advances 9, 105107, 2019.

CHEN, X., ZHANG, X., WANG, L., CHEN, L. **An Arch-Linear Composed Beam Piezoelectric Energy Harvester with Magnetic Coupling: Design, Modeling and Dynamic Analysis.** Journal of Sound and Vibration, Vol. 513, 2021.

SUN, S., LENG, Y., SU, X., ZHANG, Y., CHEN, X., XU, J. **Performance of a Novel Dual-Magnet Tri-Stable Piezoelectric Energy Harvester Subjected to Random Excitation.** Energy Conversion and Management, Vol. 239, 2021.

LAN, C., QIN, W. **Enhancing ability of harvesting energy from random vibration by decreasing the potential barrier of bistable harvester.** Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 85, p. 71-81, 2017.

WANG, H., TANG, L. **Modeling and Experiment of Bistable Two-Degree-Of-Freedom Energy Harvester with Magnetic Coupling.** Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 86, Part A, p. 29-39, 2017.

LENG, Y., TAN, D., LIU, J., ZHANG, Y., FAN, S. **Magnetic Force Analysis and Performance of a Tri-Stable Piezoelectric Energy Harvester Under Random Excitation.** Journal of Sound and Vibration, Vol. 406, p. 146-160, 2017.

ZHU, D., BEEBY, S. **A Broadband Electromagnetic Energy Harvester with A Coupled Bistable Structure.** Journal of Physics: Conference Series, Vol. 476, 2013.

LAN, C., TANG, L., QIN, W., XIONG, L. **Magnetically Coupled Dual-Beam Energy Harvester: Benefit and Trade-Off.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1–20, 2017.

RUI, X., LI, Y., LIU, Y., ZHENG X., ZENG, Z. **Experimental Study and Parameter Optimization of a Magnetic Coupled Piezoelectric Energy Harvester.** Applied Sciences 8, no. 12, 2018.

YANG, W., TOWFIGHIAN, S. **A Parametric Resonator with Low Threshold Excitation for Vibration Energy Harvesting.** Journal of Sound and Vibration, Vol. 446, p. 129-143, 2019.

KIM, J., DORIN, P., WANG, K. **Vibration Energy Harvesting Enhancement Exploiting Magnetically Coupled Bistable and Linear Harvesters.** Smart Materials and Structures, 29, 2020.

KOSZEWNIK, A., ŃLDZIEJ, D., AMARO, M. **Parameter Optimization of a Magnetic Coupled Piezoelectric Energy Harvester with the Homogenized Material—Numerical Approach and Experimental Study.** Sensors, 22(11), 2022.

ERTURK, A., INMAN, D. **Broadband Piezoelectric Power Generation on High-Energy Orbits of The Bistable Duffing Oscillator with Electromechanical Coupling.** Journal of Sound and Vibration, 330, 2011.

LAI, S., WANG, C., ZHANG, L. **A Nonlinear Multi-Stable Piezomagnetoelastic Harvester Array for Low-Intensity, Low-Frequency, And Broadband Vibrations.** Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 122, p. 87-102, 2019

BOUHEDMA, S., ZHENG, Y., LANGE, F., HOHLFELD, D. **Magnetic Frequency Tuning of a Multimodal Vibration Energy Harvester.** Sensors, 19(5), 2019. Energy, Vol. 217, 2021.

KRISHNASAMY, M., LENKA, T. **Analytical Model with Two Degree of Freedom of Piezo-Magneto-Elastic Energy Harvester for Low-Frequency Wide Bandwidth Applications.** Micro & Nano Letters, Vol. 13, Issue 6, 2018.

ANAND, A., PAL, S., KUNDU, S. **Bandwidth and Power Enhancement in the MEMS-Based Piezoelectric Energy Harvester Using Magnetic Tip Mass.** Technical Sciences, Vol. 70(1), 2022.

ZOU, H., LI, M., ZHAO, L., GAO, Q., WEI, K., ZUO, L., QIAN, F., ZHANG, W. **A Magnetically Coupled Bistable Piezoelectric Harvester for Underwater Energy Harvesting.**

HOU, C., SHAN, X., ZHANG, L., SONG, R., YANG, Z. **Design and Modeling of a Magnetic-Coupling Monostable Piezoelectric Energy Harvester Under Vortex-Induced Vibration.** IEEE Access, vol. 8, p. 108913-108927, 2020.

NASEER, R., DAI, H., ABDELKEFI, A., WANG, L. **Piezomagnetoelastic Energy Harvesting from Vortex-Induced Vibrations Using Monostable Characteristics.** Applied Energy, Vol. 203, p. 142-153, 2017.

SU, W., WANG, Z. **Development of a Non-Linear Bi-Directional Vortex-Induced Piezoelectric Energy Harvester with Magnetic Interaction.** Sensors, 21(7), 2021.

WANG, H., SHAN, X., XIE, T. **An Energy Harvester Combining a Piezoelectric Cantilever and A Single Degree of Freedom Elastic System.** Journal of Zhejiang University-SCIENCE A (Applied Physics & Engineering), 3(7), p. 526-537, 2012.

WANG, G., LU, Y. **An Improved Lumped Parameter Model for a Piezoelectric Energy Harvester in Transverse Vibration.** Shock and Vibration, (1-3), p. 1-12, 2014.

HU, G., TANG, L., LIANG, J., DAS, R. **Modelling of a Cantilevered Energy Harvester with Partial Piezoelectric Coverage and Shunted to Practical Interface Circuits.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 30(13), 2019.

FAKHARIAN, O., SALMANI, H., KORDKHEILI, S. **A Lumped Parameter Model for Exponentially Tapered Piezoelectric Beam in Transverse Vibration.** Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 33, p. 2043–2048, 2019.

TAVARES, R., RUDERMAN, M. **Energy Harvesting Using Piezoelectric Transducers for Suspension Systems.** Mechatronics, Vol. 65, 2020.

DE PAULA, A. S.; INMAN, D.J.; SAVI, M. A. **Energy Harvesting in a Nonlinear Piezomagnetoelastic Beam Subjected to Random Excitation.** Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 54-55, pp. 405-416, 2015.

COSTA, L. MONTEIRO, L., PACHECO, P., SAVI, M. **A Parametric Analysis of The Nonlinear Dynamics of Bistable Vibration-Based Piezoelectric Energy Harvesters.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 32(7), p. 699–723, 2021.

AI, R., MONTEIRO, L., MONTEIRO JR, P., PACHECO, P., SAVI, M. **Piezoelectric Vibration-Based Energy Harvesting Enhancement Exploiting Nonsmoothness.** Actuators, 8, 25, 2019.

TANG, L., YANG, Y., SOH, C. **Improving Functionality of Vibration Energy Harvesters Using Magnets.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 23(13) 1433–1449, 2012.

COTTONE, F., GAMMAITONI, L., VOCCA, H. **Nonlinear Energy Harvesting.** Physical Review Letters, 102(8):080601, 2009.